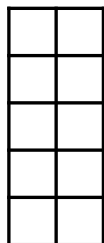
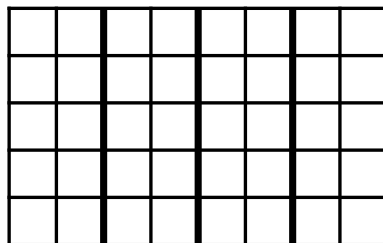


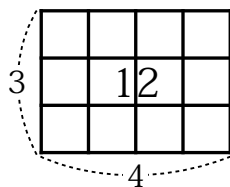
倍数と約数



5 の 2 倍



(5 の 2 倍) の 4 倍



年 組

名前

ばいすう 倍数

しつもん 【質問 1】

ここに 37215 という数があります。この数は 3 でわり切れるでしょうか。あなたは どう 思いますか。

下のわくの中に、じっさい実際に計算をしてたし確かめてもいいです。

予想

ア 3 でわり切れる () 人

イ 3 ではわり切れない (あまりが出る) () 人

実際に計算するわく

37215 は 3 でわり切れましたが、どんな数でも見ただけで、その数が 3 でわり切れるかどうかわかる方法があります。

先生は、その方法をご存知ですから、みなさんが先生に 5 けたまでの適当な数の問題を出して、その数が 3 でわり切れるかどうか、先生に当てていただきますよう。

数① _____ (3 でわり切れる わり切れない)

数② _____ (3 でわり切れる わり切れない)

数③ _____ (3 でわり切れる わり切れない)

数④ _____ (3 でわり切れる わり切れない)

数⑤ _____ (3 でわり切れる わり切れない)

数⑥ _____ (3 でわり切れる わり切れない)

実際に計算するわく



【お話 1】

ある数が、3 のようなある数でわりきれるかどうかは、「倍数」という数について勉強すれば、見ただけでわかるようになります。

それでは、今から「倍数」についての勉強を始めましょう。

倍数とは

黒板にチョークで書いた箱が 5 つあります。この箱の中に磁石を 6 個ずつ入れておきます。

まず、初めに 1 つ目の箱から磁石を 6 個取り出します。

$$\text{式は } 6 \text{ 個} \times 1 = 6 \text{ 個}$$

次に、また一つの箱から磁石を 6 個取り出すと、全部で 12 個。

$$\text{式は } 6 \text{ 個} \times 2 = 12 \text{ 個}$$

さらに、一つの箱から磁石を 6 個取り出すと、全部で 18 個。

$$\text{式は } 6 \text{ 個} \times 3 = 18 \text{ 個}$$

次々と同じことをすれば、

$$6 \text{ 個} \times 4 = 24 \text{ 個}$$

$$6 \text{ 個} \times 5 = 30 \text{ 個}$$

となります。そして、どの箱からも磁石を取り出さなければ、

$$6 \text{ 個} \times 0 \text{ (箱)} = 0 \text{ 個}$$

となります。

取り出した磁石の個数は、どれも 6 に整数をかけた数になります。

6 に整数をかけてできる数を、6 の倍数とといいます。

0, 6, 12, 18, 24, ……は 6 の倍数です。

ある数に整数をかけてできる数を、その数の**倍数**とといいます。

【問題 1】

- (1) 4 に 0, 1, 2, 3, 4 をかけて、4 の倍数を作りましょう。答えを横に並べる時は、数と数の間に「,」（コンマと読みます）を入れます。

()

- (2) 5, 6, 7, 10, 16 の倍数を、0 もふくめて小さい方から 5 つ書きましょう。今度も、数と数の間に「,」を入れましょう。

5 の倍数 ()

6 の倍数 ()

7 の倍数 ()

10 の倍数 ()

16 の倍数 ()

【お話 2】

ぐうすう きすう 偶数と奇数

次の数の中で2の倍数を○でかこみましょう。(0も2の倍数です。)

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 ……

2の倍数は、1つおきに並んでいます。

この2の倍数のことをとくに「**偶数**」といい、2の倍数でない数を「**奇数**」といいます。

偶数と奇数は1つおきに並んでいます。

【問題 2】

(1) 次の数を偶数と奇数に分けなさい。

7, 6, 4, 9, 11, 14, 17, 18, 20, 21, 0

偶数 ()

奇数 ()

(2) 算数の教科書を開いた時、左側のページの番号は偶数ですか、奇数ですか。

()

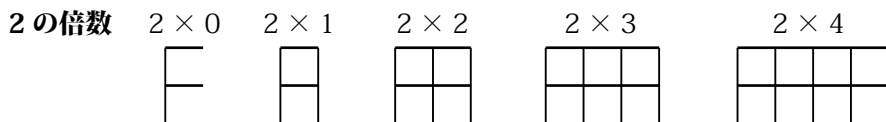
(3) 左足から歩き出した時(1歩目が左足だということ)、13歩目は右足ですか、左足ですか。

()

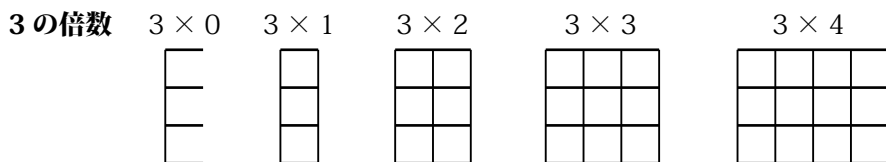
倍数の性質

倍数をタイルで表す方法を考えてみましょう。

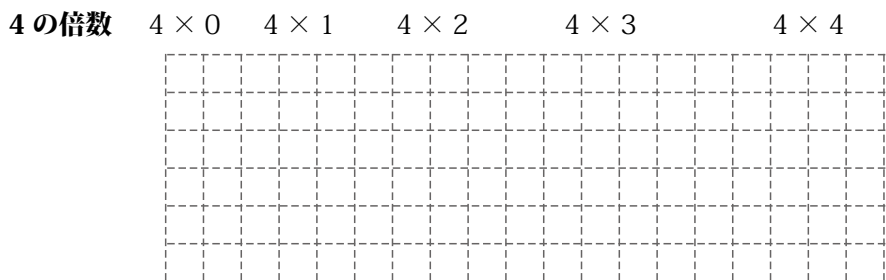
2の倍数は、タイルを使うと次のように表すことができます。



同じようにして、3の倍数は、タイルを使うと次のように表すことができます。



それでは、4の倍数をタイルで表してみましょう。



【問題 3】

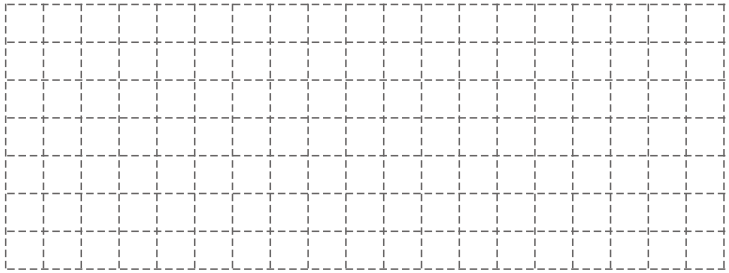
ある数の倍数をタイルで上のように表すと、どんな形になりましたか。

() 形

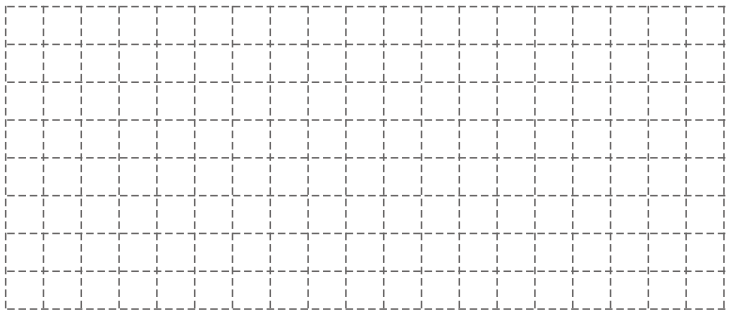
ある数の倍数をタイルで表すと、その数を一辺とする長方形になります。

それでは、5や6の倍数もタイルで表して、5や6を一辺とする長方形になるか^{たし}確かめてみましょう。

5の倍数 5×0 5×1 5×2 5×3 5×4



6の倍数 6×0 6×1 6×2 6×3 6×4



時間があれば、他の数でも^{ため}試してみましょう。

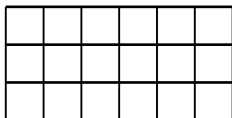
このように、どんな数でも、その数の倍数はその数を1辺とする長方形になることがわかります。

【問題 4】

次のタイルの数は 3 の倍数ですか。

そう考えたわけも書きましょう。

(1)

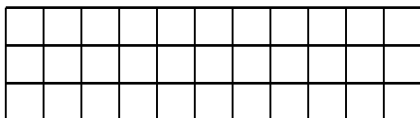


() 3 の倍数である

() 3 の倍数ではない

理由

(2)

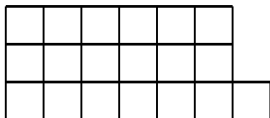


() 3 の倍数である

() 3 の倍数ではない

理由

(3)



() 3 の倍数である

() 3 の倍数ではない

理由

【質問 2】

3 の倍数と 3 の倍数をたすと、その和も 3 の倍数になると
思いますか。

予想

- ア 3 の倍数になる () 人
イ 3 の倍数にはならない () 人
ウ 3 の倍数になったりならなかったりする () 人

そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

みんなの考えを出し合いましょう。

【お話 3】

3の倍数と3の倍数をたすと、その和も3の倍数になるのでしょうか。

例えば、3の倍数の6と9で考えてみると、

$$6 + 9 = 15$$

この時、和の15（3の5倍）は3の倍数になります。

また、15も21（3の7倍）も3の倍数で、

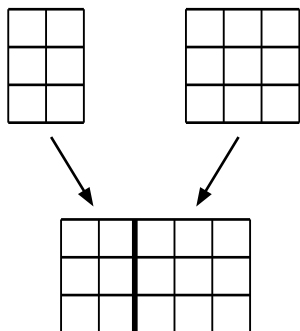
$$15 + 21 = 36$$

の和の36（3の12倍）も3の倍数になっています。

このことから、3の倍数と3の倍数をたすと、その和も3の倍数になることがわかります。ですから、【質問 2】の予想イはまちがいであることがわかります。

それでは、いつでも3の倍数と3の倍数をたすと、その和も3の倍数になるのでしょうか。でも、全ての数で確かめるのは大変です。

そこで、倍数をタイルで表して考えてみましょう。

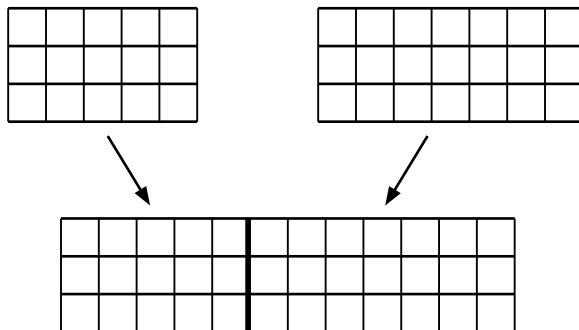


6 + 9 は、タイルで表すと左の図のようになりますから、その和も3を1辺とする長方形になります。

ですから、3の倍数と3の倍数をたすと、その和も3の倍数なのです。

15 + 21 は、タイルで表すと下の図のようになりますから、その和も 3 を 1 辺とする長方形になります。

ですから、3 の倍数と 3 の倍数をたすと、その和も 3 の倍数になるのです。



このように、倍数をタイルで表して考えてみると、3 の倍数と 3 の倍数をたすと、その和は必ず 3 の倍数になることがよくわかります。

【質問 2】の答えは「ア 3 の倍数になる」です。

【質問 3】

4 の倍数と 4 の倍数をたすと、その和も 4 の倍数になると
思いますか。

予想

- ア 4 の倍数になる () 人
イ 4 の倍数にはならない () 人
ウ 4 の倍数になったりならなかったりする () 人

そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

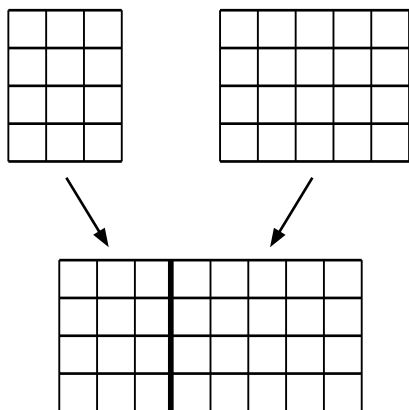
みんなの考えを出し合いましょう。

【お話 4】

3の倍数の時と同じように、4の倍数と4の倍数をたすと、その和も4の倍数になるのでしょうか。

それでは、4の倍数をタイルで表して考えてみましょう。

例えば、 $12 + 20$ （どちらも4の倍数）で考えてみます。



$12 + 20$ は、タイルで表すと左の図のようになりますから、その和も4を1辺とする長方形になります。

ですから、4の倍数と4の倍数をたすと、その和も4の倍数になるのです。

【質問 3】の答えは「ア 4の倍数になる」です。

【作業 1】

15は5の倍数です。20も5の倍数です。それでは、15と20の和の35も5の倍数でしょうか。

方眼用紙（64ページ）で15と20のタイルを作って、35が5の倍数であることを確かめてみましょう。確かめられたら、下の（ ）に○をつけましょう。

（ ） タイルを使って確かめられた

【質問 4】

3の倍数から3の倍数をひくと、その差も3の倍数になると思いますか。

予想

- ア 3の倍数になる () 人
イ 3の倍数にはならない () 人
ウ 3の倍数になったりならなかったりする () 人

そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

みんなの考えを出し合いましょう。

【お話 5】

3の倍数から3の倍数をひくと、その差も3の倍数になるのでしょうか。

例えば、3の倍数の9と3で考えてみると、

$$9 - 3 = 6$$

この時、差の6（3の2倍）は3の倍数になります。

また、21（3の7倍）も6も3の倍数で、

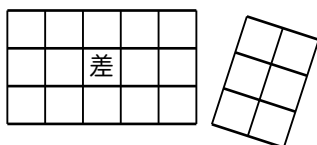
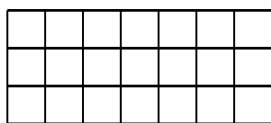
$$21 - 6 = 15$$

の差の15（3の5倍）も3の倍数になっています。

このことから、3の倍数から3の倍数をひくと、その差も3の倍数になることがわかりますから、【質問 4】の予想イはまちがいであることがわかります。

それでは、いつでも3の倍数から3の倍数をひくと、その差も3の倍数になるのでしょうか。

そこで、和の時と同じように、倍数をタイルで表して考えてみましょう。ここでは、 $21 - 6$ を取り上げます。



$21 - 6$ は、タイルで表すと左の図のようになりますから、その差は3を1辺とする長方形のままです。

3の倍数から3の倍数をひいても、その差は3の倍数のままです。

倍数の性質その1

ある数の倍数どうしをたしても（和）ひいても（差）、やはりその数の倍数になります。

【問題 5】

次の問題を「倍数の性質その1」を使って答えましょう。

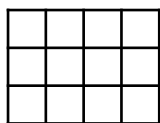
(1) 8 と 12 の和は 4 の倍数ですか。

答え：（ ）も（ ）も 4 の倍数だから、
その和も（ ）の倍数になります。

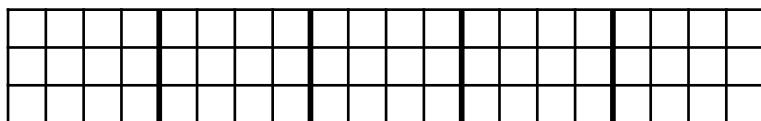
(2) 18 と 27 の和は 9 の倍数ですか。((1)のように答えましょう)

(3) 100 と 40 の差は 4 の倍数ですか。((1)のように答えましょう)

【質問 5】



左図のように 12 個のタイルを 3 の倍数になるようにしなければなりません。これは (3 の 4 倍) です。この 12 個のタイルを 5 個ならべると 5 倍したことになります。つまり、「(3 の 4 倍) の 5 倍」です。(下図)



さて、この「(3 の 4 倍) の 5 倍」($3 \times 4 \times 5 = 60$) は、3 の倍数でしょうか。

予想

- ア 3 の倍数になる () 人
イ 3 の倍数にはならない () 人

そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

みんなの考えを出し合ひましょう。

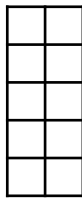
「(3の4倍)の5倍」は、3を1辺とする長方形ですから、3の倍数です。

(3の4倍)というのは、(3の倍数)のことです。そして、この「(3の倍数)の5倍」とは、「(3の倍数)の倍数」のことです。

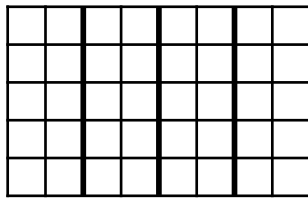
そこで今度は、「(5の倍数)の倍数」が5の倍数になるかどうか調べてみましょう。

【質問6】

「(5の2倍)の4倍」($5 \times 2 \times 4 = 40$)は5の倍数ですか。



5の2倍



(5の2倍)の4倍

予想

- ア 5の倍数になる ()人
- イ 5の倍数にはならない ()人

そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

みんなの考えを出し合ひましょう。

【お話 6】

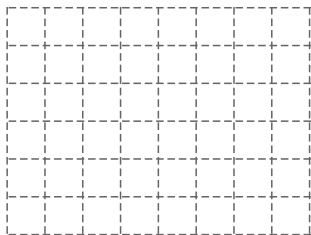
「 $\overset{\cdot}{3}$ の4倍)の5倍」($\overset{\cdot}{3} \times 4 \times 5 = 60$)も「 $\overset{\cdot}{5}$ の2倍)の4倍」($\overset{\cdot}{5} \times 2 \times 4 = 40$)もそれぞれはじめの数の倍数になりました。そこで、倍数の性質の2つ目は次のようにまとめることができます。

倍数の性質その2

ある数の倍数の倍数は、はじめの数の倍数になります。

【問題 6】

4の3倍の2倍をタイルで表しましょう。



また、その数は4の倍数ですか。

【作業 2】

「倍数のめがね」を作しましょう。

○用意する物：カッターナイフ、定規^{じょうぎ}、カッティングマット

○先生からいただく物：(用紙は 65・66 ページにあります)

『() の倍数のめがね』 8 まい

『「倍数のめがね」の台紙』 1 まい

作り方

① 「2 の倍数のめがね」から作り始めます。

まず、「() の倍数のめがね」の用紙を 1 まいもらったら、() の中に「2」と書きます。

2 の倍数を全部見つけて、その数字を○でかこみます。その数字がある正方形のわくを定規を使ってカッターでいねいに切りぬきます。

できあがったら「倍数のめがねの台紙」をもらって、「(2) の倍数のめがね」を重ねてみましょう。

②次に、「() の倍数のめがね」の用紙をさらに 1 まいもらって、今度は「(3) の倍数のめがね」を作ります。やり方は同じです。

③同じようにして、4、5、6、7、8、9 の倍数のめがねを作ります。

全部作れたら、倍数のめがねを使って気づいたことを次のページに書いておきましょう。

倍数のめがねを使って気づいたこと

名前（ ）

【問題 7】

(1) 2 と 3 の倍数のめがねを重ねると、何の倍数のめがねと同じになりますか。

() の倍数のめがねと同じになる。

(2) 2 と 4 の倍数のめがねを重ねると、何の倍数のめがねと同じになりますか。

() の倍数のめがねと同じになる。

(3) 2 と 5 の倍数のめがねを重ねて見える数字を全部書きましょう。

見える数字 ()

(4) 3 と 4 の倍数のめがねを重ねて見える数字を全部書きましょう。

見える数字 ()

(5) 6 のめがねの上に 2 のめがねを重ねた時、見えるようになる数字や見えなくなる数字はありますか。

() 見えるようになる数字や見えなくなる数字がある。

() なにもかわらない。

(6) 6 のめがねの上に 2 と 3 のめがねを重ねた時、見えるようになる数字や見えなくなる数字はありますか。

() 見えるようになる数字や見えなくなる数字がある。

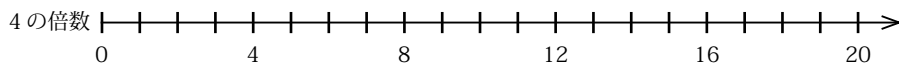
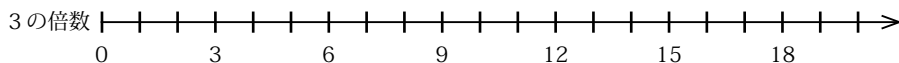
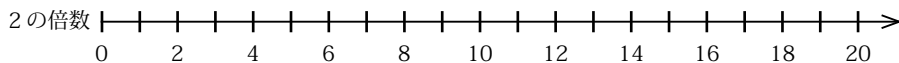
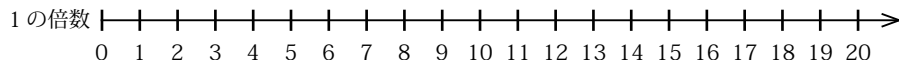
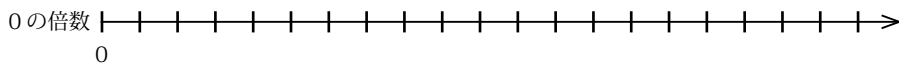
() なにもかわらない。

(7) 倍数のめがねを全部重ねると、どんな数字が見えますか。

見える数字 ()

倍数を数直線で表すとどうなるでしょう。

下の数直線を見て、どんなことに気づきますか。



倍数の性質その他

その3 0の倍数は0だけです。

その4 0以外の倍数はいくらでもあります。

その5 どんな整数も1の倍数です。

その6 0はすべての数の倍数です。

※教科書では、「0(例えば3の0倍)」を倍数に入れていませんが、その理由は、「0はすべての数の倍数」なので、省^{はぶ}いているのです。

その7 ある数の倍数は、ひとしい間をあけて、規則正しくな^{きそく}らんでいます。

その8 どんな数もそれ自身の1倍の倍数です。

(例えば、3は、3を1倍した倍数の3、でもあります。)

やくすう
約数

【作業 3】

ます目 1 つのタイルを 6 個用意します (64 ページ)。このタイルを全部使って、長方形を作ります。いろいろな長方形を作ってみましょう。たてが何個のとき、長方形ができますか。

長方形ができたら、下のます目に図をかきましょう。



(答え) たてが

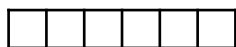
() 個, () 個, () 個, () 個

のとき、長方形ができます。

【お話 7】

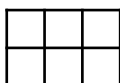
6個のタイルをならべて長方形ができるのは、たてが1個、2個、3個、6個のときだけです。

①たてが1個のとき



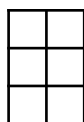
$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

②たてが2個のとき



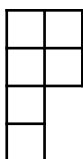
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

③たてが3個のとき



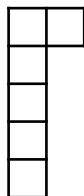
$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

④たてが4個のとき



$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 6} \\ \underline{4} \\ 2 \end{array}$$

⑤たてが5個のとき



$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 6} \\ \underline{5} \\ 1 \end{array}$$

⑥たてが6個のとき



$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6} \\ \underline{6} \\ 0 \end{array}$$

元のタイルの数6をたての数の1、2、3、6でわると、どれもみなわりきれます。この時、1、2、3、6を元の数6の約数といいます。タイル図では、たてが約数を表しています。

ある数をわりきる数を、その数の**約数**といいます。

ところで、前のページの①と⑥は、タイル図を見るとたてと横が逆になっていることがわかります。また、②と③もたてと横が逆になっています。

筆算の式を見ると、①では、わる数 $\overset{\circ}{1}$ の時、商が $\overset{\circ}{6}$ で、⑥では、わる数 $\overset{\circ}{6}$ の時、商が $\overset{\circ}{1}$ になっています。また、②では、わる数 $\overset{\circ}{2}$ の時、商が $\overset{\circ}{3}$ で、③では、わる数 $\overset{\circ}{3}$ の時、商が $\overset{\circ}{2}$ になっています。つまり、いずれもわる数と商が逆になっています。

このことから、ある数をわりきる数、つまり約数が見つければ、**その時の商も必ず約数**であることがわかります。

そこで、タイル図では、たても横もその数の約数を表していることになります。

ここで、例として12の約数を考えてみましょう。

$$12 \div 1 = 12$$

わりきれましたから、1と商の12が12の約数

$$12 \div 2 = 6$$

わりきれましたから、2と商の6が12の約数

$$12 \div 3 = 4$$

わりきれましたから、3と商の4が12の約数

$$12 \div 4 = 3$$

わりきれましたが、これは先ほどの $12 \div 3$ と同じこと。

5ではわりきれません。

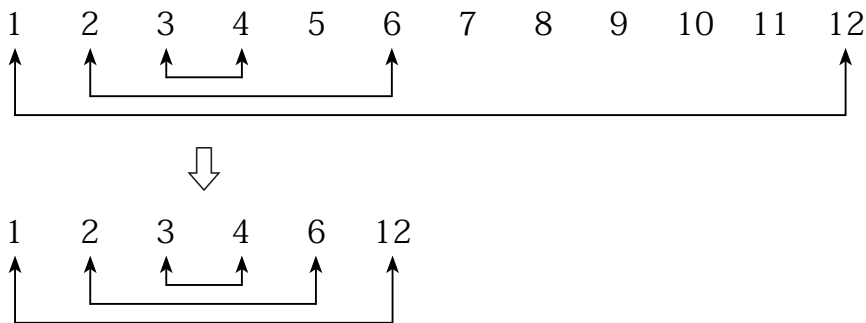
6でわりきれますが、これは $12 \div 2$ と同じこと。

7、8、9、10、11ではわりきれません。

12でわりきれますが、これは $12 \div 1$ と同じこと。

ですから、12の約数は、1, 2, 3, 4, 6, 12です。

それでは、12の約数を図で表して、どんな関係になっているか調べてみましょう。



上の図のように表すと、1と12、2と6、3と4が組になっていることがよくわかります。そして、その組になっている数をかけると12になります。

ですから、12の約数をさがすには、積せき（タイル図では、たて×横）が12になる数の組を求めるとよいのです。

【問題8】

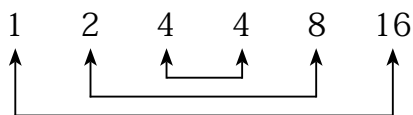
16の約数をさがします。（ ）の中に数字を入れましょう。

$16 \div 1 = 16$ 1と組になるのは（ ）で、積は（ ）

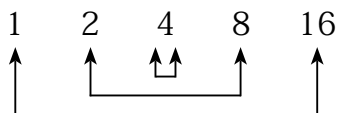
$16 \div 2 = 8$ 2と組になるのは（ ）で、積は（ ）

$16 \div 4 = 4$ 4と組になるのは（ ）で、積は（ ）

【問題 8】 を図に表すと



となりますが、4 が重なりますから、



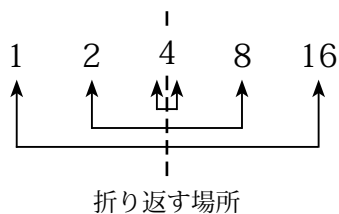
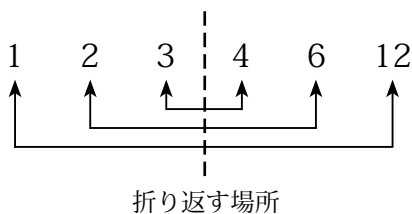
と書き表すとよいでしょう。

もうこれ以外に積が 16 になる数の組はないので、16 の約数は、1, 2, 4, 8, 16 となります。

折り返す場所を見つける

ところで、約数の組をさがす時には、折り返す場所を見つけるるとよいでしょう。

その折り返す場所とは、例えば、12 の約数では 3 と 4 の間、16 の約数では 4 ということになります。折り返す場所を見つけたら、もうそれ以上、約数の組をさがすことはありません。それ以外には約数はないのです。



【問題 9】

(1) 次の数の約数をすべて書きましょう。

① 15 (1, , , 15)

② 20 (1, , , , 20)

③ 36 (1, 2, 3, 4, 6, , , ,)

④ 9 (, ,)

⑤ 72 (, , , , , , 9, 12, 18, 24, 36, 72)

⑥ 1 ()

⑦ 60 (1, , 3, , 5, 6, , , 15, , , 60)

⑧ 100 (, , , , , , , , ,)

(2) 24 まいのタイルがあります。このタイルを全部使って長方形を作ります。いく通りの長方形ができますか。たてと横が入れかわっても一つと数えます。

答え () 通りの長方形ができる。

約数の性質を考えよう

【問題 10】

「9の約数」の例にならって、1～8までの数の約数に○をつけましょう。

9の約数	①	2	③	4	5	6	7	8	⑨
8の約数	1	2	3	4	5	6	7	8	
7の約数	1	2	3	4	5	6	7		
6の約数	1	2	3	4	5	6			
5の約数	1	2	3	4	5				
4の約数	1	2	3	4					
3の約数	1	2	3						
2の約数	1	2							
1の約数	1								

〈約数の性質〉

- (1) 1 はすべての整数の約数です。
- (2) 自分自身は必ず約数になります。
- (3) ある数の約数はその数よりも大きくありません。
- (4) 約数の個数には限りがあります。
- (5) ある数をその約数でわった商も、はじめの数の約数です。
(26 ページで説明したことです)

倍数と約数

【質問 7】

倍数と約数は、ちがうものと思いますか。それとも何か関係があると思いますか。

予想

- ア ちがうものと思う () 人
イ 何か関係があると思う () 人

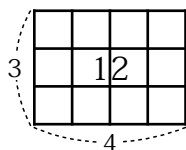
そう考えたわけも書きましょう。

話し合い

みんなの考えを出し合ひましょう。

【お話 8】

下のタイル図はたてが3個の長方形ですから、3の倍数であることを表しています。そこで、12は3の倍数であるといえます。



いいかえれば、3から12を見れば、12は3の倍数です。

ところが、3は長方形をしたタイル図のたての長さなのですから、3は12の約数であるともいえます。

いいかえれば、12から3を見れば、3は12の約数です。

このように、倍数と約数は、ひとつの事がらをそれぞれ逆から見て言っていることになります。

倍数と約数は、とても深い関係があります。

【問題 11】

(1) 3と15の関係を倍数・約数ということばを使って言いましょう。

3から15を見れば、15は3の（ ）

15から3を見れば、3は15の（ ）

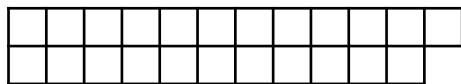
(2) 4と20の関係を倍数・約数ということばを使って言いましょう。

4から20を見れば、20は（ ）

20から4を見れば、4は（ ）

〈倍数の見つけ方〉

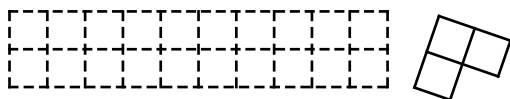
下のタイルの数は2の倍数でしょうか。



これは見ただけでわかりますね。右のはしに1個だけはみ出しているのです、2の倍数ではありません。

ところで、2の倍数同士を合わせたものは2の倍数でしたから、ある数から2の倍数部分を^{てきとう}適当に取り去った残りが2の倍数なら、それらを合わせた初めの数も2の倍数であったといえます。

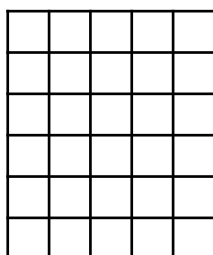
上のタイルの例では、例えば下図のように切り取った残りが2の倍数であればよいのですが、



この場合は、残りが2の倍数ではありませんから、はじめのタイルの数も2の倍数ではないことになります。

【作業4】

先生から下の図のようなタイル(68ページ)をいただきましょう。このタイルの数が2の倍数であるかどうか確かめます。



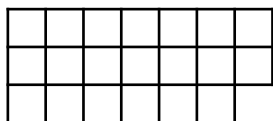
タイルを2の倍数になるように切り取るのがポイントです。

いろいろな切り方があるのですが、どのように切ると一番わかりやすいでしょうか。よく考えてから切り取りましょう。

【作業 5】

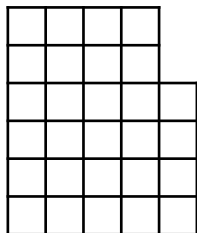
それでは、35 ページから 37 ページのタイル図を、はさみで切り取って、タイルの数がそれぞれの倍数であるかどうか調べてみましょう。

(1) 35 ページのタイルの数が 2 の倍数であるかどうか調べます。



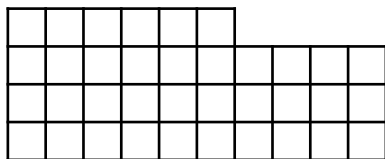
調べた結果：(2 の倍数である・2 の倍数ではない)

(2) 36 ページのタイルの数が 3 の倍数であるかどうか調べます。



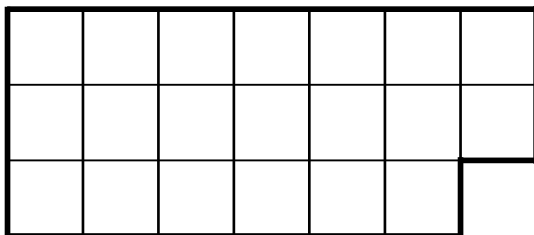
調べた結果：(3 の倍数である・3 の倍数ではない)

(3) 37 ページのタイルの数が 3 の倍数であるかどうか調べます。

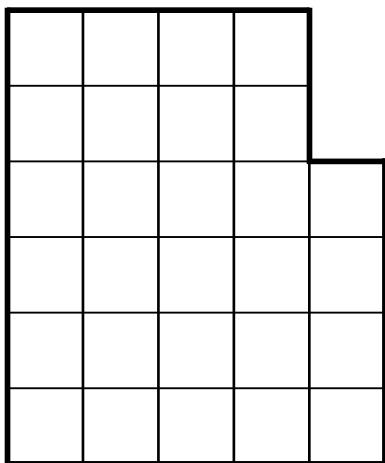


調べた結果：(3 の倍数である・3 の倍数ではない)

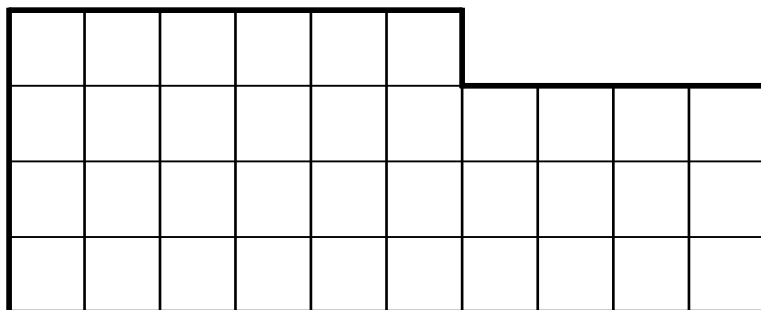
下のタイルの数が、2の倍数であるかどうかを、切り取って調べてみましょう。



下のタイルの数が、3の倍数であるかどうかを、切り取って調べてみましょう。



下のタイルの数が、3の倍数であるかどうかを、切り取って調べてみましょう。



2の倍数（^{ぐうすう}偶数）

【質問 8】

これまで勉強してきたことから、ある数が偶数ならその数は2の倍数だということがわかると思いますが、それでは、どんなに大きな数になっても、一の位の数字をもとに2の倍数かどうかを判断^{はんだん}してよいのでしょうか。あなたはどう思いますか。

予想

ア どんなに大きな数でも一の位の数字で判断できる
() 人

イ 大きな数になると、一の位の数字だけでは判断できない
() 人

【作業 6】

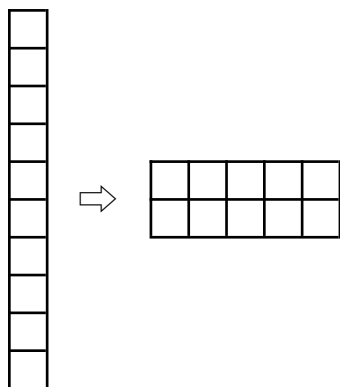
百のタイルを8まい、十のタイルを20本、一のタイルを20個作ります。それぞれのタイルを印刷した厚^{あつ}めの同じ用紙(69ページの用紙をB4判に拡大^{かくだい}したもの)を2まいもらって切り取りましょう。

切り取ったタイルは、ビニールぶくろに入れておきます。

【お話 9】

十の位

十のタイルを1本ふくろから出し、はさみで切って、2を1辺とする長方形にならべます。切り方はいろいろでよいのですが、長方形になることを確かめましょう。



十は2の倍数です。

次に、十のタイルをもう1本出して、合わせて二十とし、2を1辺とする長方形になるか確かめましょう。

二十も2の倍数です。

さらにもう1本の十を出して、三十が2の倍数になるか確かめましょう。

三十も2の倍数です。

ではなぜ、十が2の倍数なら、二十も三十も2の倍数になるのでしょうか。

実はこのことはすでに勉強済みなのです。

倍数の性質その1は「**ある数の倍数どうしをたしても（和）ひいても（差）、やはりその数の倍数**」(16ページ)でした。ですから、2の倍数である十と、同じく2の倍数である十をたして二十にしても、やはり2の倍数なのです。三十なら、2の倍数の十を3本たすのですから、やはり2の倍数になるのです。

ですから、四十も五十も六十も七十も八十も九十も2の倍数です。

百の位

百のタイルを1まいふくろから出し、はさみで切って、2を1辺とする長方形にならべます。十を2本まとめて切るとかん単でしょう。長方形になりますか。

百は2の倍数です。

では、二百はどうでしょう。

やはり、2の倍数ですね。なぜなら、2の倍数である百と同じく2の倍数である百をたしたものだからです。

さて、ここで、百が2の倍数であるわけを^{あらた}改めて考えてみましょう。

百は十が10本集まったものでした。十が2の倍数なのですから、それが10本集まった百も2の倍数なのです。すると、二百は十が20本、三百は十が30本集まった数と考えられます。ですから、何百であっても、十が何十本か集まった数と考えればよいのですから、その数は2の倍数になります。

では、千は2の倍数でしょうか。

千は、2の倍数である十が100本集まった数ですから、やはり2の倍数です。

では、一万は？

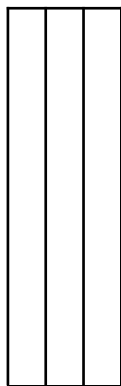
一万も、2の倍数である十が1000本集まった数ですから、やはり2の倍数です。

このように考えていくと、十の位以上の数はすべて2の倍数になることがわかります。ですから、ある数が2の倍数かどうかは、一の位の数が2の倍数であるかどうかで決まるのです。

一の位の数字が2の倍数(0,2,4,6,8)ならば、その数は2の倍数です。

【問題 12】

(1) 35 は 2 の倍数でしょうか。



3

2 の倍数



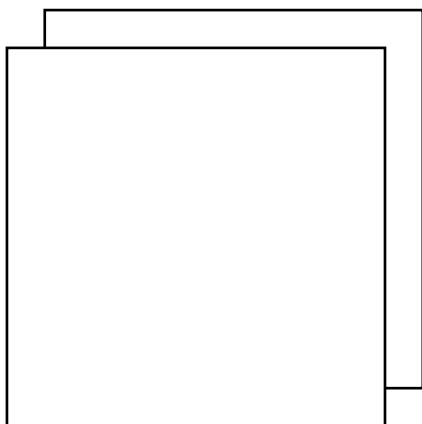
5

2 の倍数でない

答え：

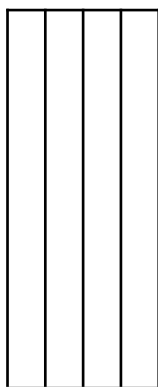
一の位の 5 は、() の倍数
ではないので、35 は
()

(2) 246 は 2 の倍数でしょうか。



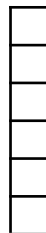
2

2 の倍数



4

2 の倍数



6

2 の倍数

答え：一の位の 6 は、() の倍数なので、246 は
()

【問題 13】

(1) 次の数の中から 2 の倍数をさがしなさい。答えを書く時は、
数をコンマ「,」で区切りましょう。

5, 8, 19, 26, 345, 468, 756, 1873

2 の倍数 ()

(2) 3 けたの 2 の倍数を 3 つ書きましょう。

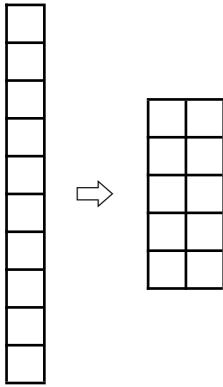
() () ()

5の倍数

【お話 10】

十の位

十のタイルを1本ふくろから出し、はさみで切って、5を1辺とする長方形にならべます。切り方はいろいろでよいのですが、長方形になることを確かめましょう。



十は5の倍数です。

次に、十のタイルをもう1本出して、合わせて二十とし、5を1辺とする長方形になるか確かめましょう。

二十も5の倍数です。

さらにもう1本の十を出して、三十が5の倍数になるか確かめましょう。

三十も5の倍数です。

このことは、2の倍数の時と同じように考えることができます。5の倍数の場合も、「**ある数の倍数どうしをたしても（和）ひいても（差）、やはりその数の倍数**」になるという倍数の性質が使えます。ですから、5の倍数である十と、同じく5の倍数である十をたして二十にしても、やはり5の倍数ですし、三十なら、5の倍数の十を3本たすのですから、やはり5の倍数になるのです。

このように、十の位の数は何んな数であっても、5の倍数になるのです。

百の位

百のタイルを1まいふくろから出し、はさみで切って、5を1辺とする長方形にならべます。百のタイルを真ん中で二分するとかん単でしょう。長方形になりますか。

百は5の倍数です。

では、二百はどうでしょう。

やはり、5の倍数ですね。なぜなら、5の倍数である百と同じく5の倍数である百をたしたものだからです。

さて、ここで、百が5の倍数であるわけを2の倍数の時と同じように考えてみましょう。

百は十が10本集まったものでした。十が5の倍数なのですから、それが10本集まった百も5の倍数なのです。すると、二百は十が20本、三百は十が30本集まった数と考えられます。ですから、何百であっても、十が何十本か集まった数と考えればよいのですから、その数は5の倍数になります。

では、千は5の倍数でしょうか。

千は、5の倍数である十が100本集まった数ですから、やはり5の倍数です。

では、一万は？

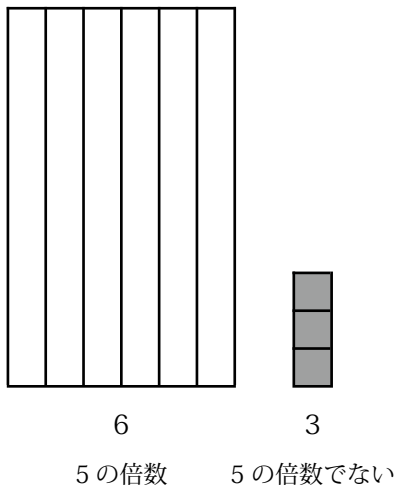
一万も、5の倍数である十が1000本集まった数ですから、やはり5の倍数です。

このように考えていくと、十の位以上の数はすべて5の倍数になることがわかります。ですから、ある数が5の倍数かどうかは、一の位の数が5の倍数であるかどうかで決まるのです。

一の位の数字が5の倍数(0か5)ならば、その数は5の倍数です。

【問題 14】

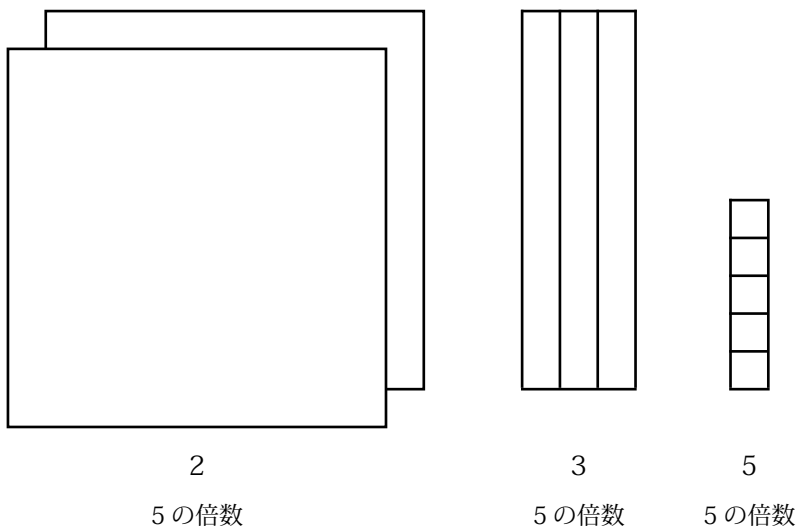
(1) 63 は 5 の倍数でしょうか。



答え：

一の位の3は、()の倍数
数ではないので、63は
()

(2) 235 は 5 の倍数でしょうか。



答え：一の位の5は、()の倍数なので、235は
()

【問題 15】

(1) 次の数の中から 5 の倍数をさがしなさい。答えを書く時は、数をコンマ「,」で区切りましょう。

20, 75, 430, 558, 1000, 4872, 190, 347

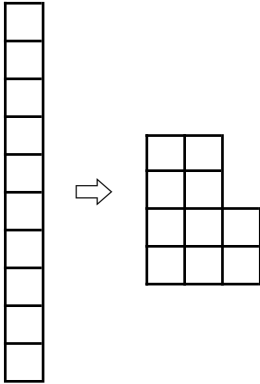
5 の倍数 ()

(2) 3 けたの 5 の倍数を 3 つ書きましょう。

() () ()

4の倍数

【お話 11】



十のタイルを1本ふくろから出し、はさみで切って、4を1辺とする長方形にならべます。切り方はいろいろでよいのですが、長方形になるでしょうか。

十は4の倍数ではありません。

今度は百のタイルをはさみで切って、4を1辺とする長方形になるか調べてみましょう。

百は4の倍数です。

百が4の倍数なら、二百も三百も四百も4の倍数です。

では、千はどうでしょうか。千は4の倍数である百が10まい集まったものですから、やはり4の倍数になります。一万も同じように考えれば、百が100まい集まったものですから、やはり4の倍数になります。

ですから、このように順に考えていくと、百の位以上の数はすべて4の倍数になることがわかります。

そこで、ある数が4の倍数かどうかは十の位と一の位の数を見て決めることになります。

ここで、倍数のめがねで4の倍数を見て、どんな数が4の倍数なのかを調べてみましょう。

(4) の倍数のめがね

0			4			8	
	12			16			
20			24			28	
	32			36			
40			44			48	
	52			56			
60			64			68	
	72			76			
80			84			88	
	92			96			

2けたまでの4の倍数は規則正しくありません。一けたは0と4と8の3つ、10台は12と16の2つ、20台は20と24と28の3つ、30台は32と36の2つ、というように交ごに同じ数だけの4の倍数があります。そして、十の位が偶数の時は一の位の数字が0, 4, 8で、十の位が奇数の時は一の位の数字が2, 6です。全部では25こ、つまり100の4分の1の数だけあります。

百の位以上の数はすべて4の倍数なので、どんな数でも最後の2けたの数が、この25個のどれかであれば、その数は4の倍数といえます。

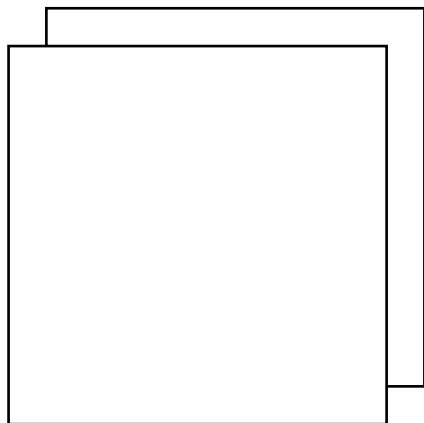
例えば、4の倍数である56がふくまれている256という数は、必ず4の倍数ですから、4でわりきれます。逆に257なら、57は4の倍数ではないので、257は4でわり切れないことがわかります。

例えば、4の倍数である56がふくまれている256という数は、必ず4の倍数ですから、4でわりきれます。逆に257なら、57は4の倍数ではないので、257は4でわり切れないことがわかります。

最後の2けたの数が4の倍数なら、その数は4の倍数です。

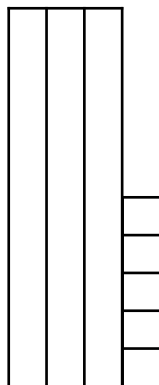
【問題 16】

(1) 236 は 4 の倍数でしょうか。



2

4 の倍数



36

4 の倍数

答え：最後の 2 けたの数が、() の倍数なので、236 は
()

(2) 次の数の中から 4 の倍数をさがしなさい。答えを書く時は、
数をコンマ「,」で区切りましょう。

72, 356, 704, 1630, 1192, 8702, 4858

4 の倍数 ()

(3) 3 けたの 4 の倍数を 5 つ書きましょう。

() () () () ()

9の倍数

【クイズ】

これから数字を当てるクイズをします。問題を出すのは君たちで、先生が数字を当てます。

先生：初めに2けたの数字を紙に書いてください。

次に、十の位の数字と一の位の数字をたしてください。

次に、元の2けたの数字から、今たした数を引きます。

その引き算をした答えの十の位の数字を教えてください。

その引き算をした答えの一の位の数字は（ ）です。

もう一度やってみましょう。

初めに前とはちがう2けたの数字を紙に書いてください。

次に、十の位の数字と一の位の数字をたしてください。

次に、元の2けたの数字から、今たした数を引きます。

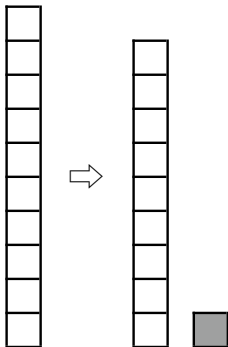
その引き算をした答えの、今度は一の位の数字を教えてください。

その引き算をした答えの十の位の数字は（ ）です。

先生はみごとに数字を当てました。なぜうまく数字を当てることができたのでしょうか。

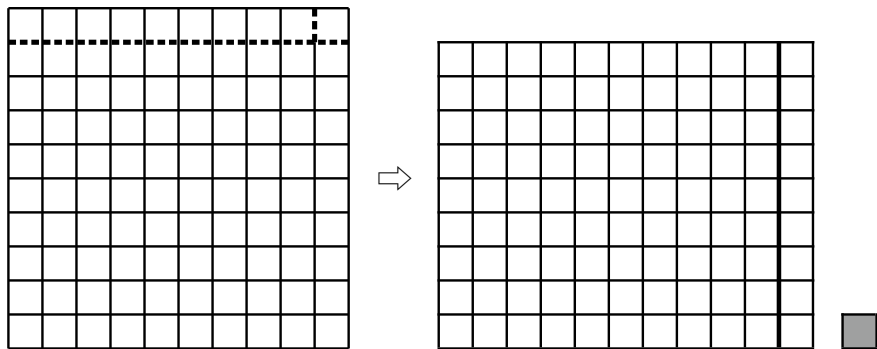
それは、9の倍数のひみつを知っているからです。では、その9の倍数について調べてみましょう。

【お話 12】 十のタイルを1本ふくろから出し、9の倍数をとります。1個だけあまります。ですから、十のタイルが2本だと2個あまることがわかります。三十だと3個あまります。



十は9の倍数ではありません。

次に百のタイルを1まいふくろから出して、9を1辺とする長方形を作ってみます。下の図のように切るとわかりやすいでしょう。タイルが1個あまります。



$$9 \times 11 = 99$$

ですから、百のタイルが2まいだと2個あまることがわかります。三百だと3個あまります。

百も9の倍数ではありません。

【質問 9】

では、千だとどうなると思いますか。

予想

ア 千は9の倍数なのであまりはでない () 人

イ 千の場合も1個だけあまる () 人

1000 を 9 でわってみると、

$$1000 \div 9 = 111 \text{ あまり } 1$$

となりますから、たてが 9 個と横が 111 個の長方形ができ、長方形の中の 999 個のタイルと、はみ出した 1 個のタイルに分かれます。ですから、千の場合も 1 個だけあまります。このことから、千のタイルが 2 巻^{まき}だと 2 個あまることがわかります。三千だと 3 個あまります。

千も 9 の倍数ではありません。

では、一万だとどうなのでしょう。

一万では、9999 がもっとも大きい 9 の倍数ですから、この場合も 1 個あまります。ですから、一万のタイルが 2 まいだと 2 個あまることがわかります。三万だと 3 個あまります。

一万も 9 の倍数ではありません。

このように見てくると、十以上のどの位も 9 の倍数ではないのですから、ある数が 9 の倍数かどうかを知るために、どこかの位から上は見なくてもよいというわけにはいきません。でも、そのかわりに何かきまりがありそうです。

それは、どんなきまりだと思いますか。

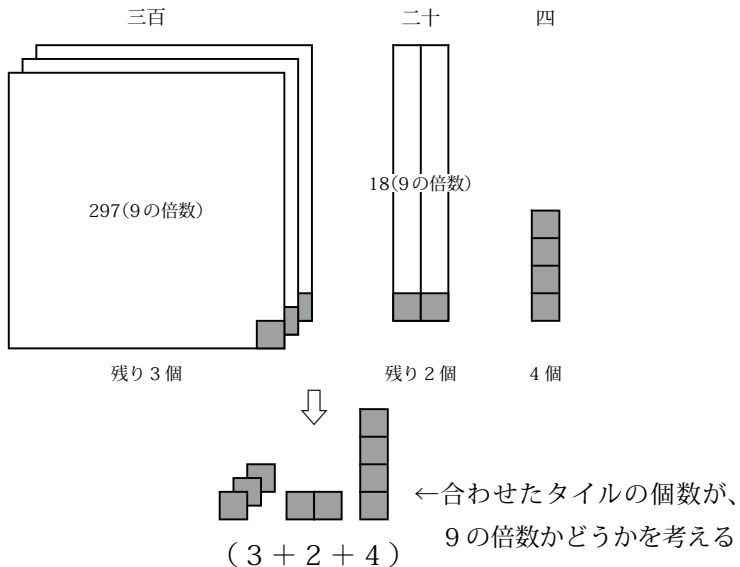
そのきまりを知るために、あまりの数に注目しましょう。

これまで調べたことからわかることは、どんなに大きな位になっても、その位の数字が1なら（10とか100とか1000とか10000などの1）、必ず1個だけあまるということです。

そこで、例えば、二十では2個、三百では3個のように、あまりが出るのですが、そのあまりの個数は、その位の数字をたしたものと同じになります。

ですから、324なら、300から3個、20から2個あまりが出てきて、残りの297（ $300 - 3$ ）と18（ $20 - 2$ ）は9の倍数です。一の位には4個ありますから、（ $3 + 2 + 4$ ）の和が9の倍数なら、297も18も9の倍数なのですから、それらをたした324は9の倍数といえます。この場合（ $3 + 2 + 4 = 9$ ）は9の倍数ですから、324は9の倍数なのです。

ある数の各位の数字の和が9の倍数なら、その数は9の倍数です。



【問題 17】

(1) 次の数の中から 9 の倍数をさがしなさい。答えを書く時は、数をコンマ「,」で区切りましょう。

54, 89, 96, 108, 2583, 963, 876

9 の倍数 ()

(2) 3けたの 9 の倍数を 3 つ書きましょう。

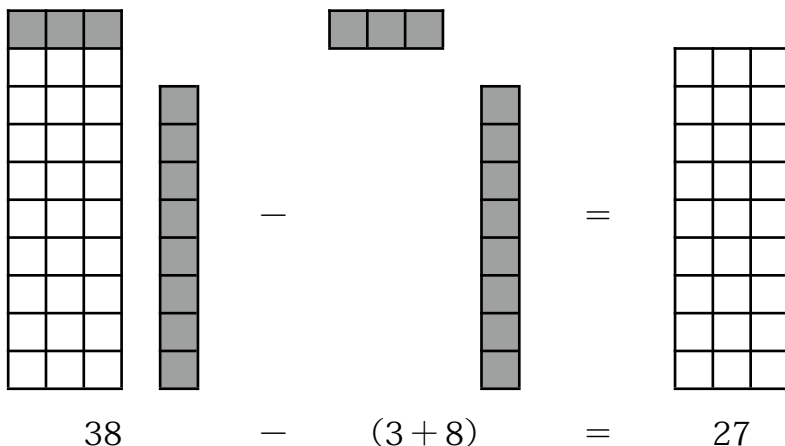
() () ()

(3) ○に数字を書きこんで、9 の倍数の数にしましょう。

5 4 ○ 7, 3 2 1 6 ○, ○ 8 3 2, 1 ○ 9 0 3

50 ページの【クイズ】の説明

例えば 38 で考えてみます。



十の位の数字と一の位の数字をたして得られる数字は、9 の倍数でない部分のタイルを集めたのと同じ数字になります。ですから 38 からその数字を引けば、9 の倍数しか残らないわけです。9 の倍数なら、必ず十の位の数字と一の位の数字をたせば 9 の倍数(この場合は 9)になるのですから、一方の数字がわかれば、他方の数字もわかるのです。

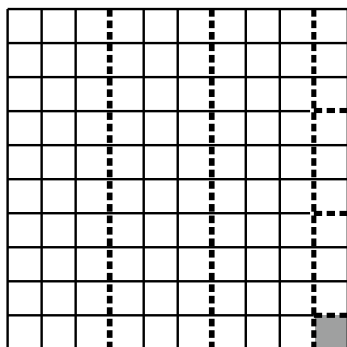
3の倍数

【お話 13】 十のタイルを1本ふくろから出し、3の倍数をとります。1個だけあまります。ですから、十のタイルが2本だと2個あまることがわかります。三十だと3個あまります。



十は3の倍数ではありませんが、1個あまります。

次に百のタイルを1まいふくろから出して、3を1辺とする長方形を作ってみます。下の図のように切るとわかりやすいでしょう。



タイルが1個あまります。ですから、百のタイルが2まいだと2個あまることがわかります。三百だと3個あまります。

百も3の倍数ではありませんが、1個あまります。

【質問 10】

では、千だとどうなると思いますか。

予想

ア 千は3の倍数なのであまりはでない () 人

イ 千の場合も1個だけあまる () 人

そう考えたわけを書いてから、話し合ひましょう。

1000 を 3 でわってみると、

$$1000 \div 3 = 333 \text{ あまり } 1$$

となりますから、たてが 3 個と横が 333 個の長方形ができ、長方形の中の 999 個のタイルと、はみ出した 1 個のタイルに分かれます。ですから、千の場合も 1 個だけあまります。このことから、千のタイルが 2 本だと 2 個あまることがわかります。三千だと 3 個あまります。

千も 3 の倍数ではありませんが、1 個あまります。

では、一万だとどうなのでしょう。

一万では、9999 がもっとも大きい 3 の倍数ですから、この場合も 1 個あまります。ですから、一万のタイルが 2 まいだと 2 個あまることがわかります。三万だと 3 個あまります。

一万も 3 の倍数ではありませんが、1 個あまります。

このように見てくると、十以上のどの位も 3 の倍数ではないのですから、ある数が 3 の倍数かどうかを知るために、どこかの位から上は見なくてもよいというわけにはいきません。

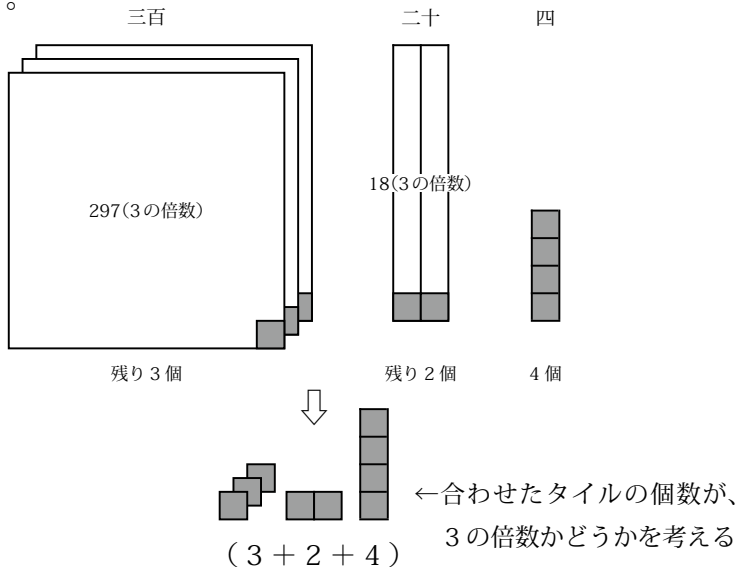
さて、この3の倍数は9の倍数の時とよくにっています。そこで、あまりの数に注目して考えてみましょう。

これまで調べたことからわかることは、どんなに大きな位になっても、その位の数字が1なら(10とか100とか1000とか10000などの1)、必ず1個だけあまるということです。

そこで、例えば、二十では2個、三百では3個のように、あまりが出るのですが、そのあまりの個数は、その位の数字をたしたものと同じになります。

ですから、324なら、300から3個、20から2個あまりが出てきて、残りの297(300 - 3)と18(20 - 2)は3の倍数です。一の位には4個ありますから、(3 + 2 + 4)の和が3の倍数なら、297も18も3の倍数なのですから、それらをたした324は3の倍数といえます。この場合(3 + 2 + 4 = 9)は3の倍数ですから、324は3の倍数なのです。

ある数の各位の数字の和が3の倍数なら、その数は3の倍数です。



【問題 18】

(1) 次の数の中から 3 の倍数をさがしなさい。答えを書く時は、数をコンマ「,」で区切りましょう。

51, 63, 87, 92, 1002, 5108

3 の倍数 ()

(2) 30 以上の 3 の倍数を 4 つ書きましょう。

() () () ()

(3) 9 の倍数は、みな 3 の倍数になりますか。

調べ方：

その 1 倍数のめがねで 9 の倍数を見ます。その上に 3 の倍数のめがねを重ねます。9 の倍数がかくれるでしょうか、そのままでしょうか。

その 2 9 の倍数をいくつか書いて、それが 3 の倍数でもあるか調べてみます。

(例 1) 36 は 9 の倍数 (3 + 6 は 9 なので)

その 36 は 3 + 6 で 9、9 は 3 の倍数なので、36 は 3 の倍数

(例 2) 549 は 9 の倍数 (5 + 4 + 9 は 18 なので)

その 549 は 5 + 4 + 9 で 18、18 は 3 の倍数なので、549 は 3 の倍数

答え (どちらかに○をつけましょう)

() 9 の倍数は、みな 3 の倍数でもある

() 9 の倍数は、みな 3 の倍数とはかぎらない

(4) 3 の倍数は、みな 9 の倍数ですか。

調べ方：

その 1 倍数のめがねで 3 の倍数を見ます。その上に 9 の倍数のめがねを重ねます。3 の倍数がかくれるでしょうか、そのままでしょうか。

その 2 3 の倍数をいくつか書いて、それが 9 の倍数でもあるか調べてみます。

(例 1) 36 は 3 の倍数 (3 + 6 は 9 なので)

その 36 は 3 + 6 で 9、9 は 9 の倍数なので、36 は 9 の倍数

(例 2) 546 は 3 の倍数 (5 + 4 + 6 は 15 なので)

その 546 は 5 + 4 + 6 で 15、15 は 9 の倍数ではないので、546 は 9 の倍数ではない

答え (どちらかに○をつけましょう)

() 3 の倍数は、みな 9 の倍数でもある

() 3 の倍数は、みな 9 の倍数とはかぎらない

6の倍数

【お話 14】

「倍数のめがね」の台紙に2の倍数のめがねと3の倍数のめがねをかけてみます。

次に、2の倍数と3の倍数のめがねをはずして、今度は6の倍数のめがねをかけてみます。

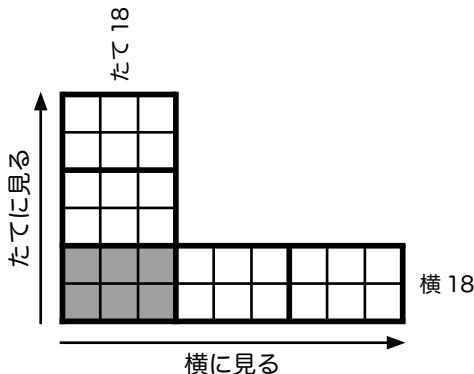
上の2つを比べて何か気づくことはありませんか。

2の倍数のめがねと3の倍数のめがねを重ねると、6の倍数と同じになります。このことから、6の倍数は、2の倍数でもあり3の倍数でもある数ということになります。

実は、ある数が6の倍数であるかどうかを見分ける時は、6の倍数の見分け方に特別の方法を考えるのではなく、これまでに勉強した2の倍数と3の倍数の見分け方が使えるのです。

このことをタイル図で考えてみましょう。

6の倍数は、たてが6の長方形ですが、ここでは下図のように 2×3 （または 3×2 ）で表して見ます（灰色の部分）。

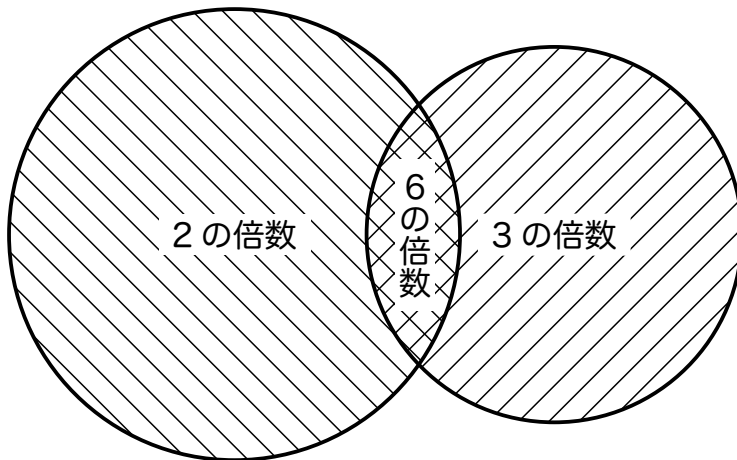


横に見ると、「2の倍数である6」の倍数は、2の倍数になります（19ページ「倍数の性質その2」）。図では「2の倍数である6」の3倍の18が2の倍数であることを示しています。

たてに見てみると、「3の倍数である6」の倍数は、3の倍数になります。図では「3の倍数である6」の3倍の18が3の倍数であることを示しています。

同じ6の倍数である18が、2の倍数にも、3の倍数にもなっています。

このタイル図からわかることは、6の倍数は、必ず2の倍数でもあり、3の倍数でもあるということです。



重なったところが6の倍数

ある数が2の倍数であり、3の倍数でもあれば、その数は6の倍数です。

【問題 19】

次の数の中から 6 の倍数をさがしなさい。数を横にならべて書く時は、数をコンマ「,」で区切りましょう。

51, 84, 96, 736, 942, 1874622

考え方の順序：

① 2 の倍数をさがす

(偶数はすべて 2 の倍数です)

2 の倍数 ()

② 3 の倍数をさがす

(各位かくくらいの数字の和が 3 の倍数なら、その数は 3 の倍数です)

3 の倍数 ()

③ 6 の倍数をさがす

(①にも②にもある数が 6 の倍数です)

答え 6 の倍数 ()

※ 7 の倍数や 8 の倍数の見つけ方には、うまい方法がありません。

ただ、8 の倍数では、 $1000 \div 8 = 125$ ですから、千の位以上は 8 の倍数になっています。だから、例えば 23000 とか 254000 などのように、何千で終わる数は、必ず 8 でわりきれます。

【問題 20】

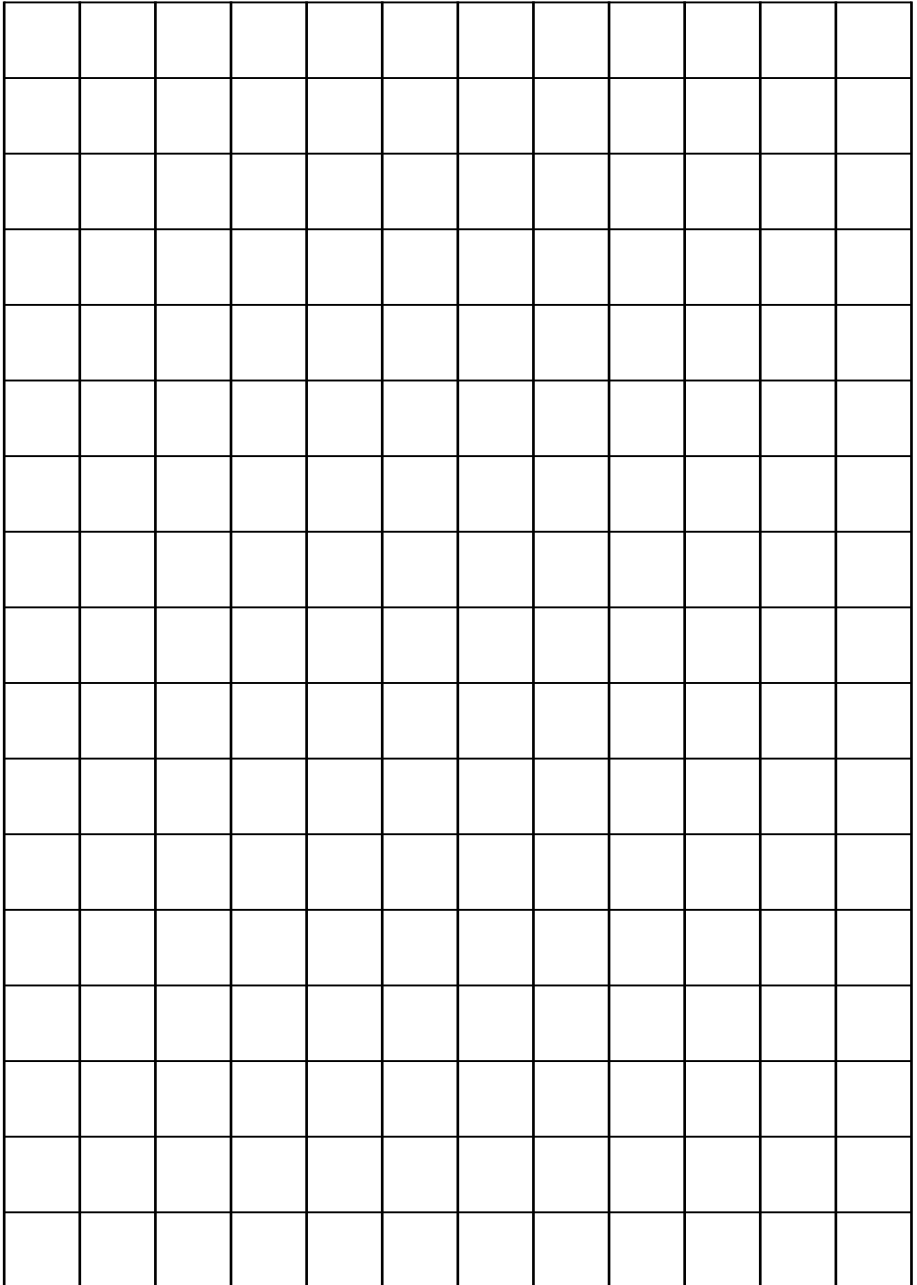
(1) 表を見て、例にならって○×をつけましょう。

	2の倍数	3の倍数	4の倍数	5の倍数	6の倍数	9の倍数
(例) 75	×	○	×	○	×	×
180						
720						
1125						
5464						
6278						
7091						

(2) 表を見て、例にならって○×をつけましょう。

	2	3	4	5	6	9
(例) 75の約数	×	○	×	○	×	×
180の約数						
720の約数						
1125の約数						
5464の約数						
6278の約数						
7091の約数						

この 10mm 方眼用紙は、13 ページの【作業 1】、24 ページの【作業 3】で利用できます。
A5 判（等倍）で印刷します。



名前（ ）

「倍数のめがね」の台紙

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

※この台紙は色のついた用紙に印刷すると、それぞれの倍数のめがねを重ねた時に見やすくなります。ラミネートする場合は色のついた普通紙を、ラミネートしない場合は、色のついた厚紙を使います。B5判に（122%）拡大印刷します。

Copyright© 2015 科学的授業実践研究会

表

名前 ()

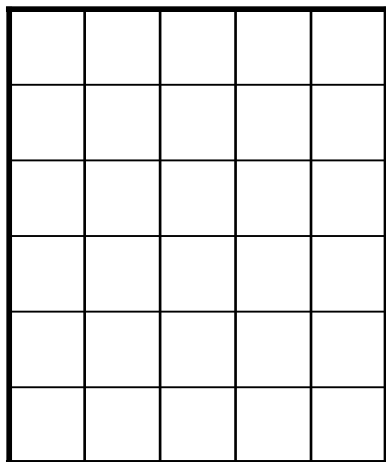
() の倍数のめがね

※次ページと両面印刷します。ラミネートする場合は普通紙を、ラミネートしない場合は、少し厚めの用紙を使います(厚紙を使うと切り抜きにくくなります)。B5判に(122%)拡大印刷します。

9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
39	38	37	36	35	34	33	32	31	30
49	48	47	46	45	44	43	42	41	40
59	58	57	56	55	54	53	52	51	50
69	68	67	66	65	64	63	62	61	60
79	78	77	76	75	74	73	72	71	70
89	88	87	86	85	84	83	82	81	80
99	98	97	96	95	94	93	92	91	90

※表の()の倍数を全部見つけて、数字を○でかこみます。その数字がある正方形のわくをカッター
 でていねいに切りぬきます。使う時は、ひっくり返して「倍数のめがねの台紙」に重ねます。

33 ページの【作業 4】で使います。印刷倍率は任意です。



上のタイルの外わく（太い線）を切り取った後で、2 の倍数になるように切り取りましょう。

百のタイル4まい

この百のタイル1まいから、
十のタイルを10本作る

この十のタイル1本から、
一のタイルを10個作る

【感想】

名前_____

(1)この勉強は、楽しかったですか。

- ア 楽しかった
- イ 楽しくもつまらなくもなかった
- ウ 楽しくなかった

(2)テキストの説明はわかりやすかったですか。

- ア わかりやすかった
- イ どちらとも言えない
- ウ わかりにくかった

感想があれば、書いてみましょう。

参考・研究文献

- 「わかる さんすうの教え方 5」(遠山啓 / 銀林浩 編 むぎ書房刊)
- 「わかる さんすう 5」(遠山啓監修 むぎ書房刊)