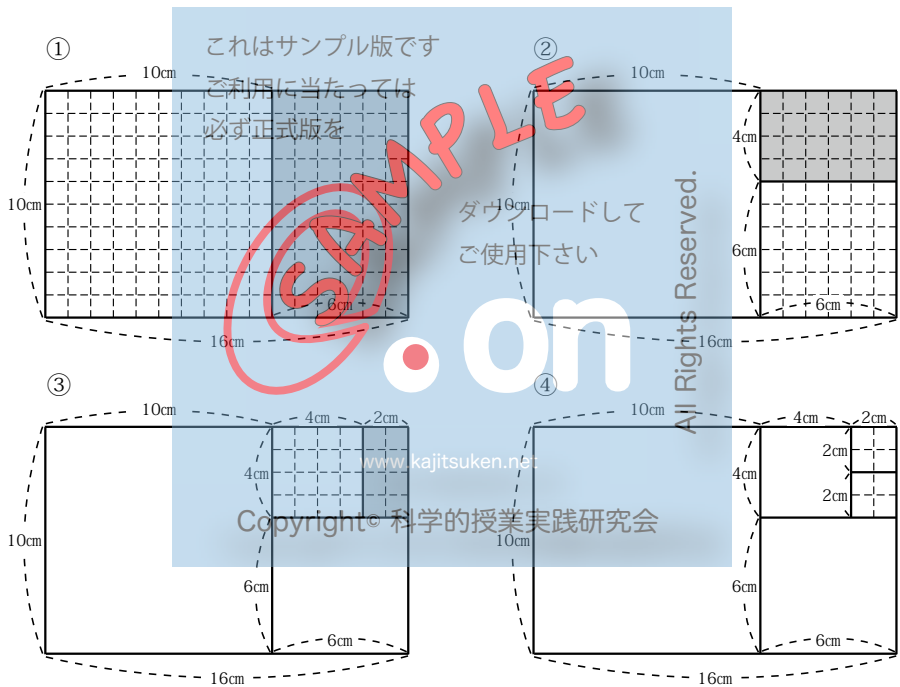


対象：小学校 5 年生以上

2015 年 3 月 26 日 初版

ファミリー先生の「ふぁみせん」シリーズ

素数と公約数・公倍数



名前

素数

数の中には、1 とその数自身でしかわり切れないものがあります。例えば、13 は、1 と 13 でしかわり切れません。

$$13 \div 1 = 13 \text{ (1 でわり切れる)}$$

$$13 \div 2 = 6 \text{ あまり } 1$$

$$13 \div 3 = 4 \text{ あまり } 1$$

$$13 \div 4 = 3 \text{ あまり } 1$$

$$13 \div 5 = 2 \text{ あまり } 3$$

$$13 \div 6 = 2 \text{ あまり } 1$$

$$13 \div 7 = 1 \text{ あまり } 6$$

$$13 \div 8 = 1 \text{ あまり } 5$$

$$13 \div 9 = 1 \text{ あまり } 4$$

$$13 \div 10 = 1 \text{ あまり } 3$$

$$13 \div 11 = 1 \text{ あまり } 2$$

$$13 \div 12 = 1 \text{ あまり } 1$$

$$13 \div 13 = 1 \text{ (その数自身でわり切れる)}$$

【問題 1】

1 から 13 までの整数で、1 とその数自身でしかわり切れない整数をさがして、その数を○で囲みましょう。

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ⑬

【お話 1】

1 とその数自身でしかわり切れない数は、1 から 13 までの整数だと、

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13

の 7 つになります。これらの数の約数を書いてみると、

1 (1)

2 (1, 2)

3 (1, 3)

これはサンプル版です

5 (1, 5)

ご利用に当たっては

7 (1, 7)

必ず正式版を

11 (1, 11)

13 (1, 13)

ダウンロードして

ご使用下さい

となります。1 以外は約数が 2 つであることがわかります。

このように、約数で考えると、これらの数が 1 とその数自身でしかわり切れない数であることをわかりやすく表すことができます。

では、1 から 13 までのその他の整数についても、約数を調べてみましょう。

4 (1, 2, 4)

……約数は 3 つ

6 (1, 2, 3, 6)

……約数は 4 つ

8 (1, 2, 4, 8)

……約数は 4 つ

9 (1, 3, 9)

……約数は 3 つ

10 (1, 2, 5, 10)

……約数は 4 つ

12 (1, 2, 3, 4, 6, 12) ……約数は 6 つ

たし
確かに、これらの数では、約数は 3 つ以上あります。

以上のことを、約数の数に注目して整理すると次のようになります。

約数 1 個の数	約数 2 個の数	約数 3 個以上の数
1 (1)	2 (1, 2)	4 (1, 2, 4)
	3 (1, 3)	6 (1, 2, 3, 6)
	5 (1, 5)	8 (1, 2, 4, 8)
	7 (1, 7)	9 (1, 3, 9)

これはサンプル版です。ご利用に当たっては必ず正式版を

11 (1, 11)	10 (1, 2, 5, 10)
13 (1, 13)	12 (1, 2, 3, 4, 6, 12)

これらの数の中で、2, 3, 5, 7, 11, 13 のように、1 とそれ自身の 2 個しか約数を持たない数を「素数」と言います。また、4, 6, 8, 9, 10, 12 のように、約数を 3 個以上持つ数を「合成数」と言います。なお、1 は素数でも合成数でもありません。

素数も合成数も 14 以上の整数を考えれば、いくらでもあります。

例えば、51 は素数でしょうか、合成数でしょうか。もし、1 と 51 以外にも約数があれば、51 は合成数ということになります。そこで 1 と 51 以外のいろいろな数で 51 がわりきれるかどうか調べてみましょう。

まず 2 でわってみましょう。ですが、計算をしなくても、51 は奇数なので、2 ではわり切れないことがわかります。ですから、2 は約数にはなりません。

次に、3でわってみましょう。ですが、計算をしなくても、十の位の5と一の位の1をたした6は3の倍数ですから、51は3の倍数で、3でわり切れることがわかります。だから、3は51の約数ということになり、約数の数が3個以上になったので、51は合成数であることがわかります。

では、23は素数でしょうか、合成数でしょうか。

- 23は奇数ですから、2ではわり切れません。
- 2 (十の位) + 3 (一の位) = 5 ですから、3でもわり切れません。
これはサンプル版です
ご利用に当たっては
- 23は4の倍数ではないので、4でもわりきれません。
- 23は一の位が0か5でもないので、5でもわり切れません。
ダウンロードして
- 6は2の倍数でもあり同時に3の倍数ですが、23は2でも3でもわり切れないので、6でもわり切れません。
ご使用
- 7でわってみるとあまりがでますから、7も約数ではありません。
- 8でわってみるとあまりがでますから、8も約数ではありません。
www.kajitsuken.net
- 2 (十の位) + 3 (一の位) = 5 ですから、9でもわり切れません。
Copyright © 科学的授業実践研究会
- 10でわってみるとあまりがでますから、10も約数ではありません。
- 11でわってみるとあまりがでますから、11も約数ではありません。

もうこれ以上の数は、23の2倍以上になりますから、どんな数でも23をわり切ることができないことがわかります。つまり23は素数なのです。

【お話 2】

やっと 23 が素数であることがわかりました。ところで、ある数が素数かどうかを調べるのもっとかん単な方法はないものでしょうか。

実は、23 が素数であるかどうかを調べた時の●のところは省いて考えてよいのです。

それはなぜでしょうか。

例えば 4 について考えます。4 でわりきれる数として 24 を考えると、

ご利用に当たっては
必ず正式版を

$$24 \div 4 = 6$$

ですが、これは、

ダウンロードして

$$24 \div 2 = 12$$

と同じことですから、24 が 4 でわり切れる時には、必ず 2 でもわり切れるのです。

また、6 について考えてみると、6 でわりきれる数として 18 では、

www.kajitsuken.net

Copyright © 科学的授業実践研究会

$$18 \div 6 = 3$$

ですが、これは、

$$18 \div 2 \div 3 = 3$$

と同じことになり、18 が 6 でわり切れる時には、必ず 2 でも 3 でもわり切れるのです。

ですから、逆に言えば、2 でわり切れないことがわかれば、4 でも 6 でもわり切れないことがわかりますし、3 でわり切れないことがわかれば、6 でもわり切れないことがわかるのです。

同じように考えて、

- 8 でわり切れるかどうかは、 $\div 2 \div 2 \div 2$ と同じことですから、2 でわり切れなければ 8 でもわり切れないのです。
- 9 でわり切れるかどうかは、 $\div 3 \div 3$ と同じことですから、3 でわり切れなければ 9 でもわり切れないのです。
- 10 でわり切れるかどうかは、 $\div 2 \div 5$ と同じことですから、2 か 5 でわり切れなければ 10 でもわり切れないのです。

つまり、4, 6, 8, 9, 10 などの合成数でわってみて、わり切れるかどうかを確かめる必要はないのです。ですから、ある数が素数か合成数かを調べるには、2, 3, 5, 7, 11 などの素数だけでわってみて、わり切れればその時点で合成数だとわかるのです。

【問題 2】

17 は素数でしょうか合成数でしょうか。素数だけ (11 は 17 の半分より大きいので、7 までの 4 つの素数) でわってみて確かめましょう。

計算するわく

答え：17 は () です。

【作業 1】

もっとたくさんの素数をさがしてみましよう。

何かうまい方法があるといいのですが、現在の数学者でもこれといううまい方法は発見できていません。

今あるのは、約 2200 年くらい前、エジプトで活躍したギリシャ人のエラトステネスという人が考え出した方法だけです。それを「エラトステネスのふるい」と言います。その方法で、とりあえず 1 から 100 までの数の中から素数をさがしてみましよう。これはサンプル版です

まず、家の人から 1 から 100 までの数を書いた用紙をもらいましょう。ご利用に当たっては必ず正式版を (用紙は 72 ページにあります)

- ① 1 は素数でないので、 \times をつけます。ご使用下さい
- ② 2 は素数だから \circ をつけて残します。2 の倍数はすべて 2 を約数に持つ (2 でわれる) ので、2 以外の 2 の倍数を定規で線を引いて消します。じょう
- ③ 同じように、3 に \circ をつけて、3 以外の 3 の倍数を消します。www.kajitsuken.net
- 4 と 4 の倍数は、2 の時に消されています。
- ④ 5 に \circ をつけて、5 以外の 5 の倍数を消します。Copyright© 科学的授業実践研究会
- 6 と 6 の倍数は、2 の時に消されています。
- ⑤ 7 に \circ をつけて、7 以外の 7 の倍数を消します。ただし、7 の 7 倍、11 倍、13 倍以外の倍数は、すでに消されています。
- 8 と 8 の倍数は、2 の時に消されています。
- 9 と 9 の倍数は、3 の時に消されています。
- 10 と 10 の倍数は、2 の時に消されています。

【お話 3】

ところで、「10」より大きい数の倍数は考える必要はありません。「10」より大きい数では、かけて 100 までにおさまるためには 10 倍未満になりますが、2 倍から最大 9 倍するということは、2 から最大 9 までの倍数だということです。

例えば、「11」の倍数を考えるとすると、11 の 2 倍、3 倍、4 倍、……、9 倍 (= 99) までですが、それぞれ 2 の 11 倍、3 の 11 倍、4 の 11 倍、……、9 の 11 倍と同じことですから、すでに調べずみ利用にうたつどはなりません。

そこで、1 から 100 までの全ての素数を調べるには、前ページの●ははぶいて、①から⑤までの5つの作業だけでよいことがわかります。

【問題 3】

100 までの素数を全て書き出して、小さい素数からできるだけ覚えましょう。また、全部で何個ありましたか。

答え：100 までの素数（素数と素数の間は「,」で区切ります）

答え：100 までの素数の数 () 個

そ いんすうぶんかい
素因数分解

【質問 1】

24 は合成数ですが、素数だけをかけて 24 にできるでしょうか。あなたはどのように思いますか。

予想

ア 素数だけをかけて 24 にできる ()

イ 素数だけをかけたのでは 24 にはならない ()

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を
そう考えたわけ(式など)も書きましょう。

ダウンロードして
ご使用下さい

on

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

All Rights Reserved.

意見

考えを話しましょう。

【お話 4】

24 をかけ算の式にすると、

① $1 \times 24 = 24$ (またはその逆の 24×1)

② $2 \times 12 = 24$ (またはその逆の 12×2)

③ $3 \times 8 = 24$ (またはその逆の 8×3)

④ $4 \times 6 = 24$ (またはその逆の 6×4)

になります。

①の場合、1 も 24 も素数ではありません。

②の場合、2 は素数ですが、12 は合成数です。

③は、3 は素数ですが、8 は合成数です。

④は、4 も 6 も素数ではありません。

では、素数だけをかけて 24 にすることはできないのでしょうか。

②の場合、12 をさらに分解してみましょ。すると $12 = 2 \times 6$ となって、素数の 2 が出てきました。

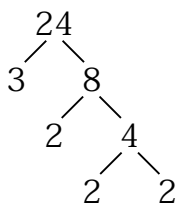
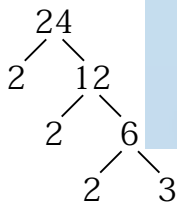
では、6 をさらに分解してみましょ。すると $6 = 2 \times 3$ となって、素数の 2 と 3 が出てきます。結局以上をまとめると、

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

と表すことができます。24 は、全て素数だけのかけ算として表すことができました。

③の場合はどうでしょう。ここでは合成数の 8 を分解することができます。

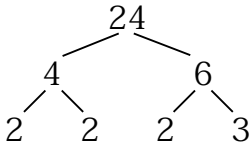
$8 = 2 \times 2 \times 2$ ですから、



$$24 = 3 \times (2 \times 2 \times 2)$$

$$= 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

となり、やはり 24 を素数だけのかけ算として表すことができます。



④の場合は、4 も 6 も合成数ですから、それぞれを分解します。

$$24 = (2 \times 2) \times (2 \times 3)$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

やはりこの場合も、24 を素数だけのかけ算として表すことができます。必ず正式版を

①の 1×24 は特別です。この場合は、元の 24 のままをまた分解しなければなりませんし、 $24 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ と表しても、1 をわざわざかける必要がありません。素数だけで表そうとする時には、1 をかけることは意味がないので使わないことにします。

②も③も④も、2 と 3 の出てくる順番にちがいはありますが、どれも 2 が 3 つと 3 が 1 つです。また 2 も 3 も素数ですから、もうこれ以上に細かい数に分けることはできません。

このように、合成数を素数の積に分けた時、その素数を素因数^{そいんすう}と言い、合成数を素因数の積に分けることを素因数分解^{そいんすうぶんかい}と言います。

24 の素因数は 2 が 3 つと 3 です。

【質問 2】

ところで 1 以外のどんな大きな数も、必ず素因数分解ができるのでしょうか。あなたはどのように思いますか。

予想

- ア どんな大きな数も素因数分解ができる ()
イ 数によっては素因数分解ができない ()

そう考えたわけも書きましょう。

これはサンプル版です

ご利用に当たっては
必ず正式版を

ダウンロードして
ご使用下さい

on

www.kajitsuken.net

All Rights Reserved.

Copyright© 科学的授業実践研究会

意見

考えを話しましょう。

【お話 5】

実はこれは大変むずかしい問題です。ずいぶん大きな数まで調べようとすると、とても大変だからです。ここでは、例えば、20584410 という数が素因数分解できるかどうか確かめてみましょう。

この数をよく見ると、2の倍数でも3の倍数でも5の倍数でもあることがわかりますから、

$$20584410 = 2 \times 3 \times 5 \times 686147$$

になります。ここで686147が再び2, 3, 5の倍数かどうかを確かめます。2, 3, 5の倍数ではないので、次に小さい素数である7で、試しに686147をわってみましょう。

$$20584410 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 98021$$

すると、7でわり切れました。そこで、もう一度残りの98021が7の倍数かどうかを確かめます。すると、また7でわり切れますから、98021を7と14003に分解します。

$$20584410 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 14003$$

そして、さらにもう一度、14003が7の倍数かどうかをたしかめます。今度は7ではわり切れませんから、7の次の素数である11でわってみます。

$$20584410 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 1273$$

すると、11でわり切れました。そこで、もう一度1273が11の倍数かどうかを確かめます。今度は11ではわり切れないので、11の次の素数である13で残りの1273をわってみます。でも、13ではわり切れないので、次に13の次の素数である17でわってみます。17でもわり切れないので、次に17の次の素数である19でわってみます。

$$20584410 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7 \times 11 \times 19 \times 67$$

やっとわり切れました。1273は19の倍数だったのです。残りは67ですが、67は100までの整数の中にあった素数です。ですから、これで20584410を素因数分解することができたことになります。

【質問 2】の答えですが、実は 1 以外のどんな数でも素因数分解ができるのです。逆に言えば、どんな数も素数の積で表せる合成数か素数そのものなのです。

ですから、次の問題のそれぞれの数も必ず素因数分解ができます。素数の積になるまで、根気強くわってみましょう。

【問題 4】

次の数を素因数に分解しなさい。ふ通、素因数は小さい数から順に書きます。

(例) $36 = 6 \times 6 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ (小さい順にならべかえる)
36 の素因数は (2 と 3 が 2 つずつ) です。

42 =

42 の素因数は () です。

55 =

55 の素因数は () です。

72 =

72 の素因数は () です。

64 =

64 の素因数は () です。

91 =

91 の素因数は () です。

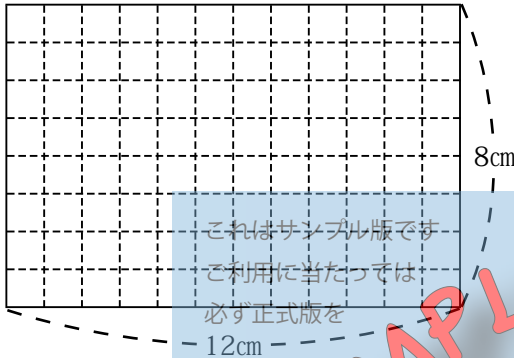
※ 91 のヒント

素数の小さい方から順に、わり切れるかやってみます。

$2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 11 \dots$ の順です。でも、見ただけで、91 は 2 の倍数でも 3 の倍数でも 5 の倍数でもないことがわかりますね。

公約数と最大公約数

1cm方眼でできた、たて8cm、横12cmの長方形の紙があります。この紙を方眼の線にそって切り、同じ大きさの正方形



に分けます。この時、あまりの紙が出ないようにします。どのように切り分けることができるでしょうか。

もっともかん単なのは、1辺が1cmの正方形で見ればすぐにおか
ることで、計算で説明すると、たての8cmを8でわると1cm、横の12cmを12でわると1cmとなっ
て、たても横もわり切れて同じ1cmになります。だから、正方形ができるのです。

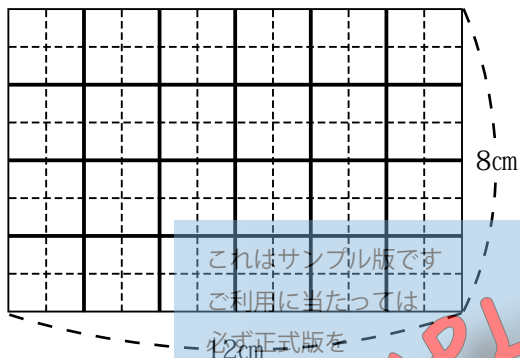
【問題 5】

他にも正方形ができる科学的授業実践研究会の場合について考えましょう。今度もあまりの紙が出ないように切り分けます。家の人から、たて8cm、横12cmの長方形の紙をいただいて、実際に切り分けてみましょう。紙は、一度に1まいずつ、必要なまい数だけいただきます。 (用紙は73ページにあります)

できた正方形の1辺の長さを書きましょう。

【お話 6】

たて 8cm、横 12cmの長方形から作れる正方形は、1辺が 1cmの他は、2cmと 4cmであることがわかりました。



2cmの場合は、たて 8cmを 4 でわって 2cm、横 12cmを 6 でわって 2cm となり、どちらもわり切れて 2cmになります。

4cmの場合は、たて 8cmを 2 でわって 4cm、横 12cmを 3 でわって 4cm となり、どちらもわり切れて 4cmになります。

ところが、例えば横 12cmを 4 でわるとわり切れて 3cmになりますが、たて 8cmからはどんな整数でわっても 3cmにはなりません。

ところで、この問題は、たてや横の長さをわり切る数とその商を考えているのですから、たてや横の長さのそれぞれの約数を考えていることになります。

そこで、8 と 12 のそれぞれの約数を書き出してみましょう。

8 の約数：1, 2, 4, 8

12 の約数：1, 2, 3, 4, 6, 12

8の約数の

1とは、1でわればわり切れて1区画が8cmに

2とは、2でわればわり切れて1区画が4cmに

4とは、4でわればわり切れて1区画が2cmに

8とは、8でわればわり切れて1区画が1cmに

なるという意味です。

12の約数の

1とは、1でわればわり切れて1区画が12cmに

2とは、2でわればわり切れて1区画が6cmに

3とは、3でわればわり切れて1区画が4cmに

4とは、4でわればわり切れて1区画が3cmに

6とは、6でわればわり切れて1区画が2cmに

12とは、12でわればわり切れて1区画が1cmに

なるという意味です。

すると、1cmと2cmと4cmが、どちらからも余ることなく分けられる長さであることがわかります。この時、それぞれの長さを1辺とする正方形ができることとなります。

この1cmと2cmと4cmは商に当たる数ですが、わり切れた商は必ず約数なのですから、わりきる数も商もどちらも区別することなく、約数と考えればいいでしょう。

以上のように考えて、もう一度8と12の約数を見ると、確かに1と2と4が、8と12のどちらにもふくまれていることがわかります。

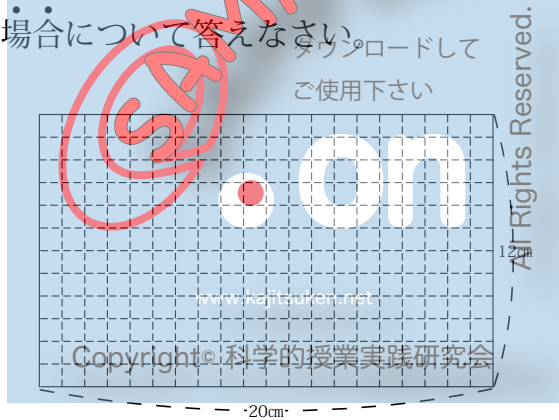
この1, 2, 4のように、2つの数（またはそれ以上の数）

に共通な約数を^{こうやくすう}**公約数**といます。また、公約数の中で一番大きいものを**最大公約数**といます。8と12の最大公約数は4です。

公約数は、共通な約数ですから、元の数の小さい方の数（または最も小さい数）よりも大きくなることはありません。

【問題6】

1cm方眼でできた、たて12cm、横20cmの長方形の紙があります。この紙を方眼の線にそって切り、同じ大きさの正方形に分けます。この時、あまりの紙が出ないようにします。1辺の長さが何cmの正方形に切ることができますか。公約数を使って、全ての場合について答えなさい。



<公約数を使った考え>

答え：1辺の長さが（ ）cm
の正方形に分けることができる。

【問題 7】

次の数の公約数と最大公約数を書きましょう。

① 6 と 12

6 の約数：

12 の約数：

6 と 12 の公約数：

6 と 12 の最大公約数：

② 8 と 20

8 の約数：

20 の約数：

8 と 20 の公約数：

8 と 20 の最大公約数：

③ 9 と 12

9 の約数：

12 の約数：

9 と 12 の公約数：

9 と 12 の最大公約数：

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

SAMPLE

on

www.kajitsuken.net

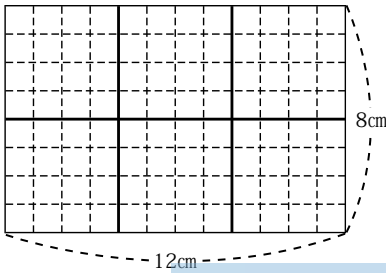
Copyright© 科学的授業実践研究会

All Rights Reserved.

ダウンロードして
ご使用下さい

最大公約数の求め方

【お話 7】 下の図は、8cmと12cmの最大公約数4cmを1辺の長さ

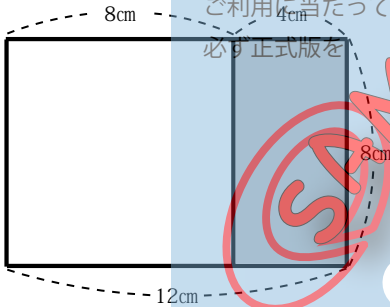


とする正方形の図です。この図の中に正方形が6つあるのですが、今ここで、図の左にある4つの正方形を一つにまとめてみましょう。すると、1辺8cmの正方形と

これはサンプル版です

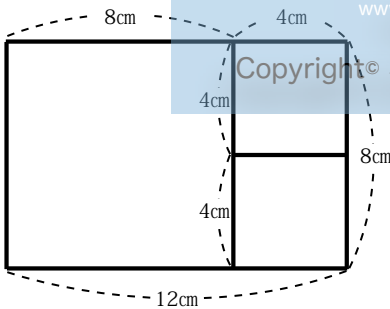
ご利用に当たっては

必ず正式版を



たて8cm、横4cmの長方形に分かれます。

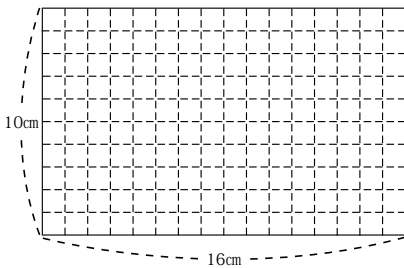
この作業は、たて8cm、横12cmの長方形の紙から、紙があまってもよいとして、1辺が8cmの最大の正方形を取り出したこととなります。そこで、今度は同じ考えで、あまっているたて8cm、横4cmの長方形の紙から、最大の正方形を取り出すことにします。



すると、あまりの長方形からは、1辺が4cmの正方形が2つ取れ、紙があまりません。これで、作業が完了します。

ところで、最後に取り出した1辺が4cmの正方形のその4cmが、8と12の最大公約数と一致しています。これは、この場合だけの偶然なのでしょうか。

そこで、今度はたて 10cm、横 16cm の長方形について、同じことがいえるか調べてみましょう。(用紙は 74 ページにあります)

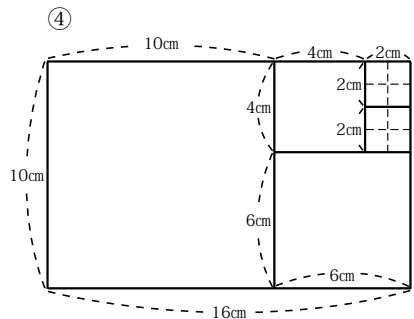
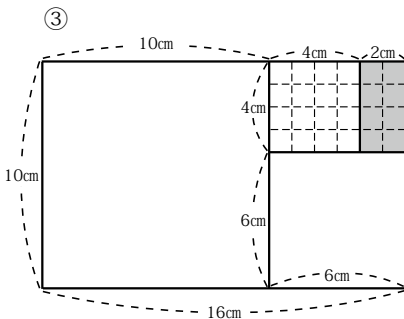
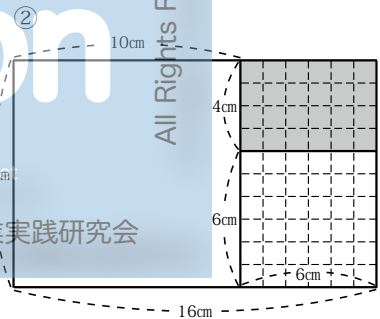
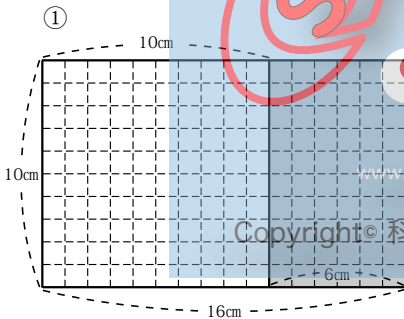


① たて 10cm、横 16cm の長方形から、最大の 1 辺が 10cm の正方形を取り出します。

② ① で残ったたて 10cm、横 6cm の長方形から、最大の 1 辺が 6cm の正方形を取り出します。

③ ② で残ったたて 4cm、横 6cm の長方形から、最大の 1 辺が 4cm の正方形を取り出します。

④ ③ で残ったたて 4cm、横 2cm の長方形から、1 辺が 2cm の正方形を 2 つ取り出します。紙が残りませんから、これで作業は終わりです。



このことから、10と16の最大公約数は、最後に取り出した1辺が2cmの正方形のその「2」ということになるのですが、この答えは正しいのでしょうか。

10の約数：①, ②, 5, 10

16の約数：①, ②, 4, 8, 16

確かに、2が最大公約数です。

そこで、念おしのために、さらにもう一度、同じ考えを使って、最大公約数が求められるか調べてみましょう。

今度は、たてが10cm、横が24cmの長方形にします。

初めに1辺が10cmの正方形を取りますが、この場合は2つ取れます。

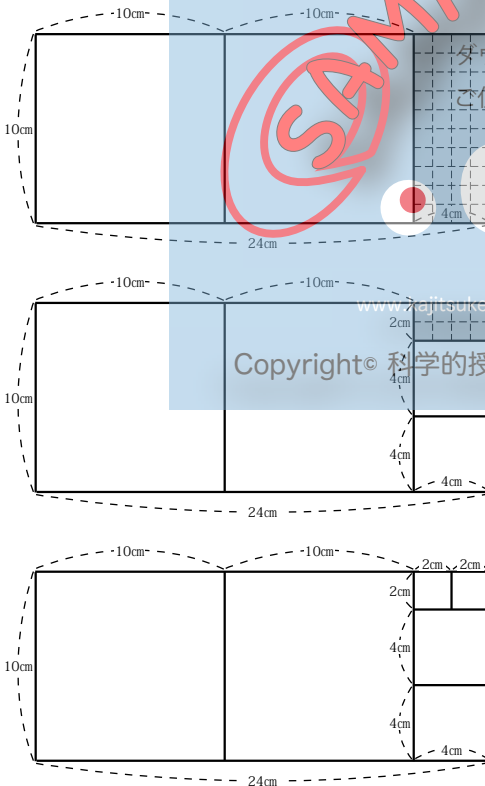
次に残りの部分から1辺

が4cmの正方形をとりませんが、この場合も2つ取れます。

最後に、残りの部分から1辺が2cmの正方形をとりませんが、この場合も2つ取れ、紙

があまりませんから、作業はこれで終わります。

このことから、10と24の最大公約数は、最後に取り出した1辺が2cmの正方形の「2」ということになります。実際、10と24のそれぞれの約数を調べてみると、確かに2は10と24の最大公約数であることがわかります。



大変不思議なことですが、長方形を最大の正方形で区切っていく作業をくり返すことで、たてと横の2つの数の最大公約数が求まりました。でも、なぜこんな方法で最大公約数が求まるのでしょうか。

【質問3】

あなたはそのわけをだれかが説明できると思いますか。

予想

- ア だれも説明できないことだ ()
- イ やはり説明できることだ ()
- ウ その他 ()

そう考えたわけも書きましょう。



A large blue rectangular watermark is centered on the page. It contains the text 'SAMPLE' in large, red, slanted letters. Below it, there is a logo consisting of a red circle and the letters 'on' in white. At the bottom of the watermark, the website 'www.kajitsuken.net' and the text 'Copyright© 科学的授業実践研究会' are visible. To the right of the watermark, the text 'All Rights Reserved.' is written vertically. There is also some faint, partially obscured text at the top of the watermark area.

意見

考えを話しましょう。

【お話 8】

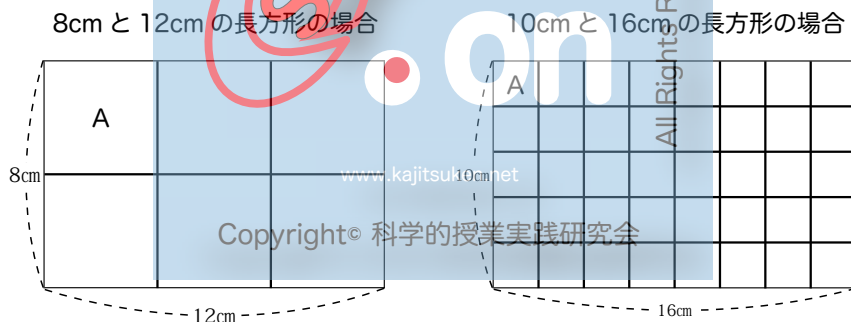
今からおよそ 2300 年前に、エジプトで活躍したギリシャ人のユークリッドという人が、2つの数の最大公約数を求めるこの方法を本にまとめたので、この方法を「ユークリッドのごじよほう互除法」といいます。すでに、2300年以上も前に、この方法で最大公約数が求まることがわかっている、そのわけも説明できていたのです。

それではそのわけを説明しましょう。

これはサンプル版です

数値が整数のる利用に当たっては必ず正式版をどんな長方形も、たて・横の長さの最大公約数（最小で 1）でしきれば、「最大公約数を 1 辺とする正方形」（この正方形を「A」とします）でしきつめられます。

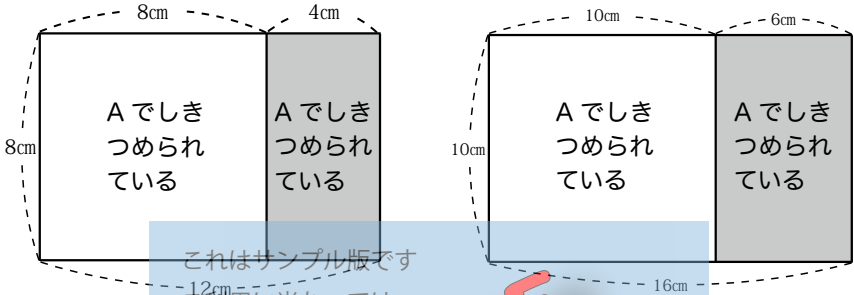
ご使用下さい



この長方形は、短い方の辺を 1 辺とする最大の正方形と残りの長方形に分けることができ、それぞれが A でしきつめられています。

※長方形の短い辺が A でしきつめられているということは、長方形の長い辺も短い辺の長さまで、A ですき間なくしきつめら

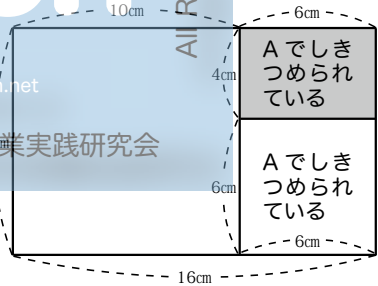
れているということです。もともと長方形全体がAでしきつめられているのですから、最大の正方形がAでしきつめられていれば、残りの長方形もAでしきつめられていることになります。



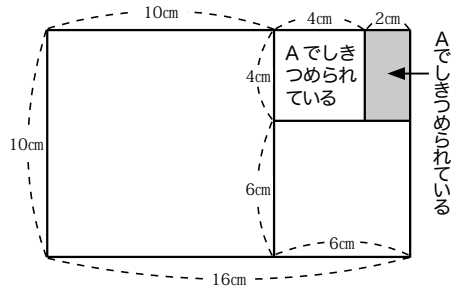
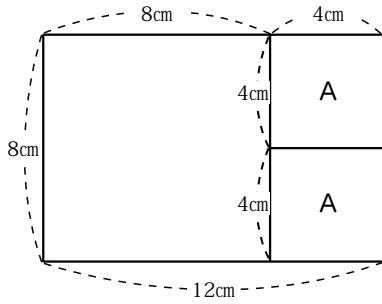
これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

そこで、新たにできる長方形から、Aをさがすことができます。

ところで、この新たにできる長方形もし最大の正方形と残りの長方形に分けることができ、それぞれがAでしきつめられています。(さきほどと同じ理由です。)



このように、新たにできる長方形をいつも最大の正方形と長方形に分けていくのですが、もしも新たにできた長方形が、最大の正方形でちょうどしきつめられれば、その最大の正方形そのものが、Aということになります。



これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

ダウンロードして
ご使用下さい

Diagram showing a rectangle with a width of 16cm and a height of 10cm. A square of side length 4cm is cut out from the top right corner. The remaining area is divided into three regions: two labeled 'A' and one shaded gray region.

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

こうして、元の長方形の2辺の長さの最大公約数が求められます。

【お話 9】

お話 8 では、タイル図を使って説明しましたが、今度は式を使って説明します。お話 8 のタイル図を見ながら、説明を読みましょう。

◎ 8cm と 12cm の長方形の場合

元の長方形からできる新たな長方形の 1 辺の長さは、

$$12 - 8 = 4$$

で求めますから、この長方形の辺の長さは 4cm と 8cm になります。

この長方形の中に入る最大の正方形は 1 辺が 4cm ですから、

$$8 - 4 = 4$$

となり、ちょうど最大の正方形が 2 つ取れることがわかります。

このことから、8cm と 12cm の最大公約数は 4cm であることがわかります。

◎ 10cm と 16cm の長方形の場合

元の長方形からできる新たな長方形の 1 辺の長さは、

$$16 - 10 = 6$$

で求めますから、この長方形の辺の長さは 6cm と 10cm になります。

この長方形からできる新たな長方形の 1 辺の長さは、

$$10 - 6 = 4$$

で求めますから、この長方形の辺の長さは 4cm と 6cm にな

ります。

この長方形からできる新たな長方形の1辺の長さは

$$6 - 4 = 2$$

で求めますから、この長方形の辺の長さは2cmと4cmになります。

この長方形の中に入る最大の正方形は1辺が2cmですから、

$$4 - 2 = 2$$

となり、ちょうど最大の正方形が2つ取れることがわかります。

このことから、10cmと16cmの最大公約数は2cmであることがわかります。

それでは、式だけを取り出してみましよう。

○ 8と12の最大公約数を求める場合

$$\begin{array}{l} 12 - 8 = 4 \\ \swarrow \searrow \\ 8 - 4 = 4 \end{array}$$

○ 10と16の最大公約数を求める場合

$$\begin{array}{l} 16 - 10 = 6 \\ \swarrow \searrow \\ 10 - 6 = 4 \\ \swarrow \searrow \\ 6 - 4 = 2 \\ \swarrow \searrow \\ 4 - 2 = 2 \end{array}$$

いずれも、引く数と差が同じになった時、その差（または引く数）が最大公約数になることがわかります。

式のきまりを見つけておきましょう。

【問題 8】

【お話 9】の方法で最大公約数を求めましょう。

① 15 と 9

答え：最大公約数は _____

② 20 と 12

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

ダウンロードして
ご使用下さい

答え：最大公約数は _____

③ 25 と 15

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

答え：最大公約数は _____

【お話 10】

ところで、これまでの説明は、引き算で説明してきました。ところが、この最大公約数を求める方法のことを「互除法ごじょほう」
というのでしたね。互除たがとはお互いの数でわることです。

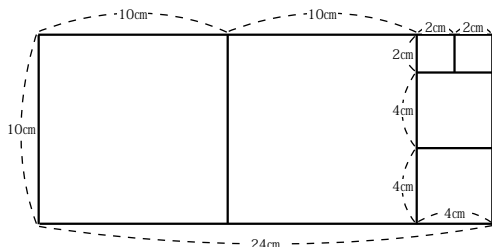
そこで、互除法の名前に合うように、わり算で説明し直すことにします。10と24の最大公約数を求める問題です。

下の2つの式を見比べてください。左側が引き算で最大公約数を求めた式で、右側がわり算で最大公約数を求めた式です。

	引き算で <small>これはサンプル版です ご利用に当たっては 必ず正式版を*</small>	わり算で
1行目	$24 - 10 \times 2 = 4$	$24 \div 10 = 2$ あまり 4
2行目	$10 - 4 \times 2 = 2$	ダウンロドして $10 \div 4 = 2$ あまり 2
3行目	$4 - 2 = 2$	ご使用下さい $4 \div 2 = 2$ (わり切れました)
答え	2が最大公約数	2 が最大公約数

※引き算の1行目の 10×2 とは、24cmの中に1辺10cmの正方形が2つ取れるという意味です。また同じく引き算の2行目の 4×2 とは、10cmの中に1辺4cmの正方形が2つ取れるという意味です。(下図)

引き算では、最大の正方形がいくつ取れるかを考えて、前もって引く数を大きくしなければなりません(1行目の $10 \times$



2や2行目の 4×2 のこと)、わり算ではただわるだけでよいことがわかります。なればわり算を使う方が、かん単に最大公約数が求まります。

【問題 9】

ユークリッドの互除法を用いて、わり算で最大公約数を求めましょう。

〈例〉 60 と 84

$$84 \div 60 = 1 \text{ あまり } 24$$

$$60 \div 24 = 2 \text{ あまり } 12$$

$$24 \div 12 = 2 \text{ (わり切れました)}$$

答え：最大公約数は 12

① 8 と 12

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

ダウンロード
答え：最大公約数は _____

② 10 と 16

ご使用下さい

www.kajitsuker
答え：最大公約数は _____

③ 10 と 24

Copyright© 科学的授業実践研究会

答え：最大公約数は _____

④ 12 と 30

答え：最大公約数は _____

【お話 11】

【問題 9】の〈例〉の式だけをもう一度よく見てみましょう。

$$84 \div 60$$

$$60 \div 24$$

$$24 \div 12$$

今、これらの式のわられる数とわる数の最大公約数をそれぞれ求めてみましょう。

$$(60, 84) \Leftrightarrow 12$$

$$\text{これはサンプルで } (60, 24) \Leftrightarrow 12$$

$$\text{ご利用に当たっては } (24, 12) \Leftrightarrow 12$$

$$\text{必ず正式版を}$$

すると当然のことですが、どれも最大公約数は 12 になります。ユークリッドの互除法は、同じ最大公約数を求めるさいに、より小さな数に置きかえて計算する使用方法だとも言えます。

それでは、最後に互除法の筆算をしようかいたします。

■ 60 と 84 の最大公約数は？

①

$$\begin{array}{r} 1 \\ 60 \overline{)84} \\ \underline{60} \\ 24 \end{array}$$

www.kajitsuken.net

① 大きい数を小さい数でわります。

Copyright© 科学的授業実践研究会

↓

② あまりの 24 で 60 をわります。

②

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 24 \overline{)60} \quad \overline{)84} \\ \underline{48} \quad \underline{60} \\ 12 \quad 24 \end{array}$$

筆算の式は左へのぼします。

↓

③ あまりの 12 で 24 をわります。

③

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 1 \\ \textcircled{12} \overline{)24} \quad \overline{)60} \quad \overline{)84} \\ \underline{24} \quad \underline{48} \quad \underline{60} \\ 0 \quad 12 \quad 24 \end{array}$$

筆算の式はさらに左へのぼします。わり切れれば、あまりだった 12 が最大公約数です。

【問題 10】

ユークリッドの互除法を用いて、筆算で最大公約数を求めましょう。

① 8 と 12

$$8 \overline{)12}$$

② 10 と 16

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

答え：最大公約数は _____

$$10 \overline{)16}$$

ダウンロードして
ご使用下さい

③ 10 と 24

答え：最大公約数は _____

$$10 \overline{)24}$$

Copyright© 科学的授業実践研究会

答え：最大公約数は _____

④ 12 と 20

$$12 \overline{)20}$$

答え：最大公約数は _____

【お話 12】

素因数分解を使った最大公約数の求め方

24 を素因数分解してみましょう。

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

さて、この素因数分解という方法を使って、24 の全ての約数を求めることができるでしょうか。

約数は、必ずわる数と商とで組になっていて、その組になっている約数の積は元の数になります。

今ここで、 2 と $2 \times 2 \times 2 \times 3$ を分けて組にしてみると、

$$24 = 2 \times (2 \times 2 \times 2 \times 3) = 2 \times 12$$

となり、 2 と 12 は 24 の約数を表します。

同じく、 2×2 と 2×3 を分けて組にしてみると、

$$24 = (2 \times 2) \times (2 \times 3) = 4 \times 6$$

となり、 4 と 6 は 24 の約数を表します。

同じく、 $2 \times 2 \times 2$ と 3 を分けて組にしてみると、

$$24 = (2 \times 2 \times 2) \times 3 = 8 \times 3$$

となり、 8 と 3 は 24 の約数を表します。

後 1 組あるのですが、それは、 1 は素数ではないのですが、

$$24 = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

と考えて、 1 と $2 \times 2 \times 2 \times 3$ を分けて組にしてみると、

$$24 = 1 \times (2 \times 2 \times 2 \times 3) = 1 \times 24$$

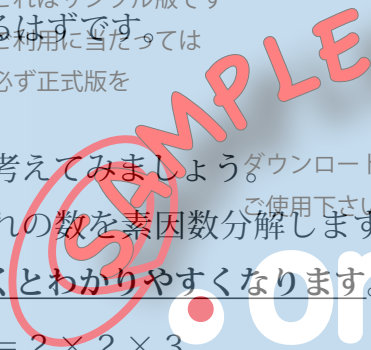
となり、 1 と 24 は 24 の約数を表します。

これで 24 の約数の全てが出そろったことになります。

このように、素因数分解という方法を使って素数に分解された素因数を組み合わせば、全ての約数を求めることができるのです。

そこで、2つ以上の数をそれぞれ素因数分解して共通な素因数を見つけ出し、それらをさまざまに組み合わせれば、全ての公約数を見つけることができるはずです。また、最も大きな数になるように共通な素因数を全てかけ合わせれば、最大公約数が求まるはずで

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を



All Rights Reserved.

12 と 18 で考えてみましょう

まずそれぞれの数を素因数分解します。同じ素因数をたてにそろえて書くとわかりやすくなります。

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

すると、共通な素因数は、2 が 1 つと 3 が 1 つであることがわかります。ですから、12 と 18 の公約数は、2 と 3 と $2 \times 3 = 6$ とそれに 1 の 4 つということになります。このことを、

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$6 = 2 \times 3$$

と書くことにしましょう。そして、 2×3 がもっとも大きな公約数なので、6 が最大公約数です。

それでは、今度は 18 と 24 の公約数と最大公約数を求めてみましょう。

$$\begin{array}{r}
 18 = 2 \qquad \times 3 \times 3 \\
 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 \hline
 6 = 2 \qquad \times 3
 \end{array}$$

となりますから、公約数は、1 と 2 と 3 と 6 で、最大公約数は 6 です。

次に、24 と 36 と 60 の 3 つの数の公約数と最大公約数を求めてみましょう。

$$\begin{array}{r}
 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\
 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\
 \hline
 12 = 2 \times 2 \times 3
 \end{array}$$

3 つの数に共通な素因数は 2 が 2 つと 3 が 1 つですから、公約数は、1 と、2 と、3 と、2 × 2 の 4 と、2 × 3 の 6 と、全部の共通な素因数をかけた 12 で、最大公約数は 12 です。

【問題 11】

素因数分解を使って、最大公約数を求めましょう。

① 24 と 36

$$24 =$$

$$36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

=

答え：最大公約数は

② 45 と 63

$$45 =$$

$$63 =$$

=

答え：最大公約数は

③ 48 と 60 と 72

$$48 =$$

$$60 =$$

$$72 =$$

=

答え：最大公約数は

④ 28 と 60 と 84

$$28 =$$

$$60 =$$

$$84 = \underline{\hspace{2cm}}$$

=

答え：最大公約数は



最大公約数を求めたい時、数を見ただけで答えがわかる場合があります。

例えば、12と60ですと、小さい方の数の12です。実際に素因数分解を用いて最大公約数を求めてみると、

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

となります。60は12と比べて「 $\times 5$ 」の部分だけ素因数が多くあります。これは、60は12の5倍ということですね。ですから、60は12で割り切れるわけです。

このように、小さい方の数で大きい方の数がわり切れれば、小さい方の数が最大公約数です。また、3つ以上の数の場合には、一番小さい数で他の数がわり切れれば、その一番小さい数が最大公約数です。

【問題 12】

次の数の最大公約数を求めましょう。

① 25 と 100

() は () でわり切れるので、最大公約数は () です。

② 18 と 36

() は () でわり切れるので、最大公約数は () です。

③ 14 と 42 と 70

() と () は () でわり切れるので、

最大公約数は () です。

最大公約数が 1 になる場合があります。この時、公約数も 1 だけです。

$$\begin{array}{r}
 15 = \quad \quad \quad 3 \times 5 \\
 28 = 2 \times 2 \quad \quad \quad \times 7 \\
 \hline
 1 = 1
 \end{array}$$

上の例では、公約数がないように見えますが、1 は全ての数の約数ですから、1 は公約数です。その 1 しかないのですから、最大公約数は 1 です。

このように、1 以外に公約数を持たない 2 つの数を、「たがいに素である」といいます。

【問題 13】

素因数分解を使って、最大公約数を求めましょう。

① 12 と 35

$$12 =$$

$$35 =$$

$$=$$

答え：最大公約数は

② 27 と 28 と 30

$$27 =$$

$$28 =$$

$$30 =$$

$$=$$

答え：最大公約数は

【質問 4】

3つの数の最大公約数を求める時に、素因数分解を用いる方法では、3つの数を同時に比べて答えを求めていました。それでは、3つの数のうち、初めに2つの数の最大公約数を求めて、その最大公約数と残りの数で最大公約数を求めると、答えがちがってくるのでしょうか。あなたはどのように思いますか。

予想

- ア 答えは同じになる ()
- イ 分けて求める方が、答えは大きくなる ()
- ウ 分けて求める方が、答えは小さくなる ()
- エ 計算の順番によって、答えが大きくなったり小さくなったりする ()

そう考えたわけも書きましょう。

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

意見

考えを話しましょう。

【お話 13】

それでは実際に計算をして比べてみましょう。

○ 3つの数から同時に求める時

$$28 = 2 \times 2 \quad \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \quad \times 7$$

$$\mathbf{4 = 2 \times 2}$$

① 28 と 60 を先に求める時

$$28 = 2 \times 2 \quad \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \quad \times 7$$

$$\mathbf{4 = 2 \times 2}$$

② 28 と 84 を先に求める時

$$28 = 2 \times 2 \quad \times 7$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \quad \times 7$$

$$28 = 2 \times 2 \quad \times 7$$

$$28 = 2 \times 2 \quad \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\mathbf{4 = 2 \times 2}$$

③ 60 と 84 を先に求める時

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$4 = 2 \times 2$$

これはサンプル版です

このように、ご利用に当たっては必ず正式版を最大公約数を求める時には、3つの数の最大公約数を同時に求めても、また、計算する順序に関係なく、初めに2つの数の最大公約数を求めて、その最大公約数と残りの数の最大公約数を求めても、ご使用下さい求める最大公約数は同じになることがわかります。

このことは、4つ以上の数の時にも同じことがいえます。時間があれば、試しにやってみて、確かめてみましょう。

Copyright© 科学的授業実践研究会

【お話 14】

互除法で3つ以上の数の最大公約数を求める方法

素因数分解を使って最大公約数を求める際に、いくつかの数のの中から初めに2つの数の最大公約数を求めて、その最大公約数と残りの数で最大公約数を求めても、また、その計算の順序を変えても、正しく計算できることがわかりました。このことは、先に勉強した「ユークリッドの互除法」でも同じことがいえます。

互除法では、一度に最大公約数を求めることができるのは、2つの数ですから、3つ以上の数の最大公約数を求めるには、まず2つの数の最大公約数を求めて、その求めた最大公約数と3つ目の数で最大公約数を求めます。さらに、4つの数の最大公約数を求める場合には、それまでに求まっている3つの数の最大公約数と4つ目の数で最大公約数を求めます。このようにして元の数がいくつあるかに応じて、計算を必要だけくり返して、最後に2つの数にして最大公約数を求めます。

これまでに、最大公約数を求める方法として、約数を書き出して比べる方法や、互除法や、素因数分解による方法を勉強してきました。それらのどの方法を使って最大公約数を求めるかは、どんな数の最大公約数を求めるかにより、自分にとって使い勝手のよい方法を選ぶとよいでしょう。

【問題 14】

次の問題をときましよう

- 5年生の香織^{かおり}さんの学級では、学級会の時間に2年生と遊びの会をすることにしました。遊びの会では、できるだけ多くのグループを作って遊びたいと思います。それに、できれば5年生も2年生も同じ人数でグループを作りたいと思います。

でも、はたしてそのようなことはできるのでしょうか。もしできるとしたら、グループがいくつできて、1つのグループに5年生と2年生はそれぞれ何人ずつになるのでしょうか。

5年生は32²人で、2年生は36人です。

考えをメモしたり計算をするところ

必ず正式版を

ダウンロードして
ご使用下さい



www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

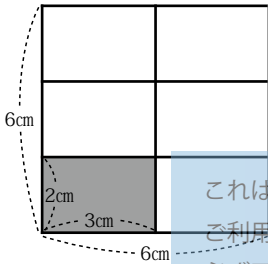
All Rights Reserved.

結論（答え）：

こうばいすう 公倍数と最小公倍数

【お話 15】

これまでは、長方形の中にできる正方形の話でしたが、ここからは、逆に正方形を作る長方形の話になります。



どのような大きさの正方形でも、必ずその正方形をいくつかの同じ大きさの長方形に区切ることができます。

例えば、一辺が6cmの正方形をたて方向に2つ、横方向に3つに区切ると、たて2cm、横3cmの長方形ができます。

これは、6の約数である2と3で、それぞれたて方向と横方向にわること、やはり6の約数である3と2の長さに区切られたということです。

このことは、2や3から6を見れば、6は2の倍数でも3の倍数でもあるわけです。言いかえれば、6は2と3に共通な倍数なのです。この時、6のことを2と3の公倍数といえます。

Copyright© 科学的授業実践研究会

この公倍数を求める問題は、普通は次のようになります。

たて2cm、よこ3cmの長方形があります。この長方形を同じ向きに、たて、横にならべて正方形を作ります。1辺の長さが何cmの時、正方形になるでしょうか。

答えの求め方は、2と3のそれぞれの倍数を考えて、同じ数になれば、それを答えにします。つまり、2と3の公倍数を求めることになります。

2の倍数：0, 2, 4, ⑥, 8, 10, ……

3の倍数：0, 3, ⑥, ……

したがって、0以外は6が2と3の共通の倍数、つまり公倍数です。答えは、「1辺が6cmの時、正方形になる」です。

ところで、正方形は、同じ大きさの正方形を4つ集めて、さらに大きな正方形にすることができます。そこで、1辺が6cmの正方形で、より大きな正方形を作ってみましょう。



すると上図のような正方形ができます。これは、たて2cmと横3cmの長方形が、たてに6個、横に4個ならんでできたものです。この大きな正方形の一辺の長さは、12cmです。

ここで、もう一度2の倍数と3の倍数を書き出してみると、

2の倍数：0, 2, 4, ⑥, 8, 10, ⑫, 14, 16, ⑱, ……

3の倍数：0, 3, ⑥, 9, ⑫, 15, ⑱, ……

となり、12も18も公倍数であったことがわかります。

ですから、2と3の公倍数は、0と6と12と18だということがわかりますが、これだけではなくて、さらにその続きがいくらでもありそうです。

前のページの1辺が12cmの正方形の図を見てわかることは、1辺が6cmの正方形が単位となって、たてや横にいくつならぶかということですから、どのような大きさの正方形の1辺の長さも、6の倍数になればいいということです。確かに、12や18は6の倍数です。

そこで0でない一番小さな公倍数がわかると、その公倍数を使って、元の数の公倍数をいくつでも書き出すことができることがわかります。

このように、0でない一番小さな公倍数には特別な役わりがあるので、この公倍数のことを特に**最小公倍数**といいます。

2と3の最小公倍数は6です。

Copyright© 科学的授業実践研究会

【問題 15】

たて 4cm、横 6cmの長方形のタイルを、同じ向きに、たて、横にならべて正方形を作りたいと思います。1 辺の長さが何cmのとき、うまく正方形ができますか。

家の人からタイルの紙をいただいて、作業をしながら考えましょう。(用紙は 75 ページにあります)

考えたことや計算したことやしたことなどをメモするところ



正方形ができた時の 1 辺の長さ：

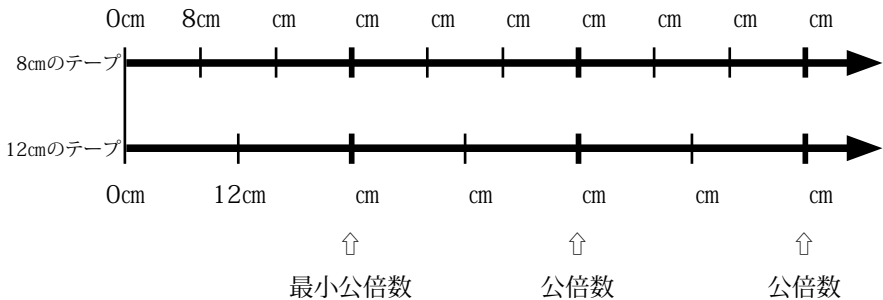
【問題 15】の答えは、12cm, 24cm, 36cm, ……などですね。つまり、12が最小公倍数ですから、12の倍数が答えになります。

この問題は数直線に置きかえて考えることもできます。次の数直線の上がたての長さの4cmの倍数、下が横の長さの6cmの倍数を表します。



【問題 16】

8cmのテープと12cmのテープを左はしをそろえて、右横へならべていきます。初めて両方が同じ長さになるのは、何cmの時でしょう。数直線を用いて科学的に答えを研究しましょう。



答え：初めて両方が同じ長さになるのは _____ cmの時

【お話 16】

最小公倍数の求め方

2 と 3 の公倍数について考えます。

この 2 つの数をかけてみましょう。 $2 \times 3 = 6$ ですが、 $3 \times 2 = 6$ でもよいわけです。

2×3 の場合の 6 は、2 の倍数であることを表し、 3×2 の場合の 6 は、3 の倍数であることを表しています。そして、どちらも同じ 6 なのですから、6 は 2 と 3 の公倍数といえます。

このことは、 2 と 3 の数をとり上げてとも言えることですから、2 つの数の公倍数を 1 つ求める時には、2 つの数を単にかけ合わせればよいこととなります。

ただ公倍数の元になる最小公倍数を求めるとなると、2 つの数を単にかけ合わせた積が、必ずしも最小公倍数になるとは限りません。

例えば、4 と 6 の公倍数について考えてみると、 $4 \times 6 = 24$ ですが、24 は最小公倍数ではありません。最小公倍数は 12 ですから、24 は最小公倍数の 2 倍になっています。

では、なぜ 2×3 の場合は、積の 6 がそのまま最小公倍数になって、 4×6 の場合は、積の 24 は最小公倍数の 2 倍になってしまうのでしょうか。もし、そのわけがわかれば、2 つの数の積から、最小公倍数を求めることができるかも知れません。そうすれば、とてもかん単に最小公倍数を求めることができそうです。

そのわけをさぐるために、それぞれの数を素因数分解してみましょう。

2と3の場合

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

4と6の場合

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

2と3の場合には、共通な素因数はありません。つまり、公約数は1のみで、これが最大公約数です。

4と6の場合は、共通な素因数2が1つあり、その2が最大公約数です。

ところで、4の倍数を作ろうとすると、4にどんな数をかけてもよいのですから、6から素因数をもらってきてかけてもよいわけです。そこで、かける数は、6の素因数である最大公約数の2だけでも、3だけでも、2と3の両方でもよいわけです。

他方、6の倍数を作ろうとすると、6にどんな数をかけてもよいのですから、4から素因数をもらってきてかけてもよいわけです。そこで、かける数は、4の素因数である最大公約数の2だけでも、もう一つの2だけでも、2と2の両方でもよいわけです。

ところが、最小公倍数を求めたいと思っているのですから、かけた結果が同じ数になり、しかもできるだけ小さな数になるようにする必要があります。

そこで、自分にも相手にもある共通な素因数はもらわないで、自分のを使うことにします。そして、相手にはあって自分にはない不足している素因数だけをもらってきます。

つまり、最大公約数の部分は自分のを使って、自分にはない素因数のみを相手からもらいます。

確かにこのようにすれば、12になり、4と6の最小公倍数

4の倍数 $\Rightarrow ((2) \times \overset{\circ}{2}) \times \overset{\circ}{3} = 12$

6の倍数 $\Rightarrow ((2) \times 3) \times \overset{\circ}{2} = 12$

最大公約数をのぞいて相手の素因数をすべてもらう。

これはサンプル版です
で利用に当たっては必ず正式版を

と一致します。

そこで、2数の積と最小公倍数の用2の2つを比べてみると、

$$4 \times 6 = ((2) \times 2) \times ((2) \times 3) = \overset{\circ}{2} \times 2 \times \overset{\circ}{2} \times 3$$

$$12 = \overset{\circ}{2} \times 2 \times 3$$

4 × 6 からダブっている最大公約数②を1つはぶけば、最小公倍数が求まることがわかります。(はぶくには、②でわればよいのです。)

2数の積 (4 × 6) ÷ 最大公約数 (2) = 最小公倍数 (12)

では、これまでのことを確かめる意味で、6と8を例にもう一度考えてみましょう。

6と8の公倍数を求める一番かん単な方法は、

$$6 \times 8 = 48 \text{ (または } 8 \times 6 = 48)$$

とすることです。なぜなら、 $\overset{\cdot}{6} \times 8$ の時の48は $\overset{\cdot}{6}$ の8倍の倍数、 $\overset{\cdot}{8} \times 6$ の時の48は $\overset{\cdot}{8}$ の6倍の倍数になり、48が6と8の公倍数になるからです。

しかし、48は6と8の最小公倍数ではありません。最小公倍数は、24です。

6の倍数：0, 6, 12, 18, **24**, 30, ……

8の倍数：0, 8, 16, **24**, 32, ……

ところで、これはサンプル版です

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

6と8には、共通な素因数2が1つあり、その2が最大公約数です。
ご使用下さい

6の倍数を作ろうとすると、6にどんな数をかけてもよいのですから、8から素因数をもらってきてかけてもよいわけです。そこで、もらってくる数は、最大公約数の2だけでも、2が2つでも、2が3つでもよいわけです。

他方、8の倍数を作ろうとすると、8にどんな数をかけてもよいのですから、6から素因数をもらってきてかけてもよいわけです。そこで、もらってくる数は、最大公約数の2だけでも、3だけでも、2と3の両方でもよいわけです。

ところが、最小公倍数を求めたいと思っているのですから、かけた結果が同じ数になり、しかもできるだけ小さな数になるようにする必要があります。

そこで、自分にも相手にもある共通な素因数はもらわないで、自分のを使うことにします。そして、相手にはあって自分にはない不足している素因数だけをもらってきます。

つまり、最大公約数の部分は自分のを使って、自分にはない素因数のみを相手からもらいます。

6の倍数 $\Rightarrow (2 \times 3) \times 2 \times 2 = 24$

8の倍数 $\Rightarrow (2 \times 2 \times 2) \times 3 = 24$

最大公約数をのぞいて相手の素因数をすべてもらう。

確かにこのようにすれば、24になり、6と8の最小公倍数と一致します。

そこで、2数の積と最小公倍数の2つを比べてみると、

$$6 \times 8 = (2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2) = 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$24 = 2 \times 3 \times 2 \times 2$$

6 × 8 からダブっている最大公約数②を1つはぶけば、最小公倍数が求まることがわかります。(はぶくには、②でわればよいのです。)

2数の積 (6 × 8) ÷ 最大公約数 (2) = 最小公倍数 (24)

ちなみに、2と3の最小公倍数が2と3の積そのままであるわけもわかりましたね。それは、2と3の最大公約数が1だからですね。つまり式にすると、

$$2 \times 3 \div 1 = 6$$

です。

では、24 と 36 の最小公倍数を求めてみましょう。
 まず初めに最大公約数を求めます。

$$\textcircled{12} \begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 24 \overline{) 36} \\ \underline{24} \quad 24 \\ 0 \quad 12 \end{array}$$

最大公約数は 12 です。

ですから最小公倍数は、

$$24 \times 36 \div 12 = 24 \times (36 \div 12) = 24 \times 3 = 72$$

これはサンプル版です
 ご利用に当たっては
 必ず正式版を

答え： 72

【問題 17】

上の方法で、最小公倍数を求めましょう。

① 9 と 15

ご使用下さい

答え： _____

② 10 と 18

答え： _____

【お話 17】

素因数分解から直接最小公倍数を求める方法 (1)

それでは、他の方法で最小公倍数を求めてみましょう。

9 と 15 の場合は、次のように書いて答えを求めます。

$$\begin{array}{r} 9 = 3 \times 3 \\ 15 = 3 \times 5 \end{array}$$

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

3 を 1 つだけ下ろすこと
で、2 数の積 9×15 を
最大公約数の 3 でわるの
と同じことになります。

$$\begin{array}{r} 9 = 3 \times 3 \\ 15 = 3 \times 5 \\ 45 = 3 \times 3 \times 5 \end{array}$$

ダウンロードして
ご使用下さい

3 は 9 と 15 の共通な素因数 (最大公約数) なので、1 つだけ下へ下ろします。

この後は、次のようにたがいにない素因数をすべて下ろしていきます。

9 には 2 つ目の 3 があるので、この 3 を下ろします。

15 には 5 があるので、この 5 を下ろします。

まとめると、 $3 \times 3 \times 5 = 45$ となり、最小公倍数が 45 であることがわかります。

ここでも基本の考えは、2 数をかければ必ず公倍数になるけれども、二重にかける最大公約数はひとつだけにする、ということです。

【問題 18】

素因数分解を使って、最小公倍数を求めましょう。

① 24 と 36

$$24 =$$

$$36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$=$$

答え：最小公倍数は

② 12 と 18

$$12 =$$

$$18 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$=$$

答え：最小公倍数は

③ 14 と 30

$$14 =$$

$$30 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$=$$

答え：最小公倍数は

④ 30 と 40

$$30 =$$

$$40 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$=$$

答え：最小公倍数は



【お話 18】

素因数分解から直接最小公倍数を求める方法 (2)

【問題 18】では、2つの数の最小公倍数を求めましたが、今度は3つの数の最小公倍数を求める方法を考えてみましょう。

ここでは、6と9と12とします。

ただ、今は3つの数の最小公倍数を求める方法がわからないのですから、まず初めに6と9の最小公倍数を求めて、その最小公倍数と12の最小公倍数を求めるという方法をとります。

6と9の最小公倍数は、

$$6 = 2 \times 3$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

18と12の最小公倍数は、

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

したがって、6と9と12の最小公倍数は36のはずですが、この答えは正しいのでしょうか。それぞれの倍数を書きだして確かめてみましょう。

6の倍数：0, 6, 12, 18, 24, 30, **36**, 42, ……

9の倍数：0, 9, 18, 27, **36**, 45, ……

12の倍数：0, 12, 24, **36**, 48, ……

確かに、6と9と12の最小公倍数は36になりました。

答えがわかったので、下のように3つの数をならべて「 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 」と書きこみました。

$$\begin{array}{r} 6 = 2 \quad \times 3 \\ 9 = \quad \quad 3 \times 3 \\ \hline 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

これを見ると次のことがわかります。

6と9と12の共通な素因数は3で、下に1つ下ろします。9の2つ目の3と、12の2つ目の2は、他の2つにはない素因数ですから下に下ろします。6と12の1つ目の2は、9にはありませんが下に1つ下ろします。

つまり、素因数が「(一ヶ所でも)重なったら1つを、(全く)重ならなくても1つを」下に下ろすということです。

6と(9と)12の一つ目2を2段階にして見ると、6と9では「重ならないので1つを」、その1つと12では「重なるので1つを」ということになり、結局、2はひとつだけ下に下ろすこととなります。

このそう作を、式で比べて確かめてみましょう。

$$\begin{array}{r} 6 \times 9 \times 12 = (\overset{\cdot}{2} \times \overset{\circ}{3}) \times (\overset{\circ}{3} \times \overset{\circ}{3}) \times (\overset{\cdot}{2} \times \overset{\cdot}{2} \times \overset{\circ}{3}) \\ 36 = \overset{\cdot}{2} \times \overset{\cdot}{2} \times \overset{\circ}{3} \times \overset{\circ}{3} \end{array}$$

すると、最小公倍数36の方が、2が1つ、3が2つ少ないことがわかります。そうなるのは、「6と12の公約数の2」のうち1つだけを、「3つの数の公約数の3」のうち1つだけを下に下ろしたからです。

【質問 5】

ところで、2つの数の時は、

$$2 \text{ 数の積} \div \text{最大公約数} = \text{最小公倍数}$$

が成り立ちましたが、3つの数の時、

$$3 \text{ 数の積} \div \text{最大公約数} = \text{最小公倍数}$$

が成り立つのでしょうか。あなたはどのように思いますか。

予想

ア 成り立つ ()

イ 成り立たない ()

ウ 成り立つ時と成り立たない時がある ()

そう考えたわけも書きましょう。

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず紙版を
ダウンロードして
ご使用下さい

©SAMPLE

All Rights Reserved.

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

意見

考えを話しましょう。

それでは、実際に計算をして確かめてみましょう。

① $2 = 2$

$$4 = 2 \times 2$$

$$6 = 2 \times 3$$

同じ素因数がある

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

3数の積÷最大公約数は

$$2 \times 4 \times 6 \div 2 = 24 \quad \text{よって成り立ちません。}$$

② $2 = 2$

$$5 = 5$$

$$6 = 2 \times 3$$

同じ素因数がある

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

3数の積÷最大公約数は

$$2 \times 5 \times 6 \div 1 = 60 \quad \text{よって成り立ちません。}$$

③ $2 = 2$

$$5 = 5$$

$$21 = 3 \times 7$$

同じ素因数はない

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

3数の積÷最大公約数は

$$2 \times 5 \times 21 \div 1 = 210 \quad \text{よって成り立ちます。}$$

④ $2 = 2$

$$3 = 3$$

$$5 = 5$$

同じ素因数はない

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

3数の積÷最大公約数は

$$2 \times 3 \times 5 \div 1 = 30 \quad \text{よって成り立ちます。}$$

「3数の積÷最大公約数＝最小公倍数」が成り立つ時は、同じ素因数を持たない時です（2数の「たがいに素」のようなもの）。逆に成り立たない時は、同じ素因数を1つでも持っている時です。

このように、「3数の積÷最大公約数＝最小公倍数」という式は、いつも成り立つわけではないのでまちがいです。明らかに同じ素因数を持たないことがわかる場合は、この式を使うというよりも、3つの数をかけ合わせればよいのです。

これはサンプル版です

【問題 19】

ご利用に当たっては
必ず正式版を

素因数分解を使って、最小公倍数を求めましょう。

① 18 と 24 と 30

ダウンロードして
ご使用下さい

18 =

24 =

30 =

=

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

答え：最小公倍数は

② 8 と 36 と 60

8 =

36 =

60 =

=

答え：最小公倍数は

最小公倍数を求めたい時、数を見ただけで答えがわかる場合があります。

例えば、12と60ですと、大きい方の数の60です。実際に素因数分解を用いて最小公倍数を求めてみると、

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

となります。60は12と比べて「 $\times 5$ 」の部分だけ素因数が多くあります。これは、12の5倍が60ということですね。ですから、60は12の倍数です。

このように、大きい方の数が小さい方の数の倍数になっていけば、大きい方の数が最小公倍数です。また、3つ以上の数の場合には、一番大きい数が他の数の倍数になっていけば、その一番大きい数が最小公倍数です。

【問題 20】

次の数の最小公倍数を求めましょう。

① 8と24

()は()の倍数なので、最小公倍数は()です。

② 9と72

()は()の倍数なので、最小公倍数は()です。

③ 6と9と54

()は()と()のそれぞれの倍数なので、

最小公倍数は()です。

3つ以上の数の最小公倍数を求める場合は、さらに便利な考えがあります。

例えば、6と8と12の場合、12は6の倍数なので、12の倍数は必ず6の倍数になります。そこで、この場合には、8と12の最小公倍数を求めればよいことになります。

このことを確かめてみましょう。

$$\begin{aligned} 6 &= 2 \times 3 \\ 8 &= 2 \times 2 \times 2 \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 \\ 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 8 &= 2 \times 2 \times 2 \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 \\ 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{aligned}$$

どちらも最小公倍数は24になります。

【問題21】

次の場合の最小公倍数の求め方を説明しましょう。

① 16と24

()は()の倍数なので、最小公倍数は()と()の2数で求まります。

② 6と12と30

()は()の倍数なので、最小公倍数は()と()の2数で求まります。

または、()は()の倍数なので、最小公倍数は()と()の2数で求まります。

最小公倍数が元の数の積になる場合があります。これは、共通の素因数がない時でしたね。(2数の場合は最大公約数の1でわるということです)

$$\begin{aligned}
 15 &= 3 \times 5 \\
 28 &= 2 \times 2 \times 7 \\
 420 &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7
 \end{aligned}$$

【問題 22】

素因数分解を使って、最小公倍数を求めましょう。

① 14 と 15

$$14 =$$

$$15 =$$

$$=$$

答え：最小公倍数は _____

② 12 と 35

$$12 =$$

$$35 =$$

$$=$$

答え：最小公倍数は _____

③ 8 と 9 と 25

$$8 =$$

$$9 =$$

$$25 =$$

$$=$$

答え：最小公倍数は _____

【お話 19】

素因数分解を使って、

最大公約数と最小公倍数を一度に書き表す方法

もしも、素因数分解を使って、一度に最大公約数と最小公倍数を求めようとする、次のように書くといいでしょう。

$$\begin{array}{r} 12 = 2 \times 2 \times 3 \qquad \times 3 \qquad \leftarrow \text{最大公約数} \\ \hline 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ \hline 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \qquad \leftarrow \text{最小公倍数} \end{array}$$

ちなみに、最大公約数と最小公倍数が正しいかどうかを確かめるには、

$$2 \text{ 数の積} \div \text{最大公約数} = \text{最小公倍数}$$

でしたから、2数の積と、最大公約数と最小公倍数の積が同じになるはず。

$$2 \text{ 数の積} = \text{最大公約数} \times \text{最小公倍数}$$

$$24 \times 36 = 12 \times 72$$

それぞれの数を素因数で書くと

$$(2 \times 2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3 \times 3)$$

$$= (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3)$$

「素因数分解を使って、最大公約数と最小公倍数を一度に書き表す方法」と見比べながら、この式が正しいことを確かめておきましょう。

ふるく
【付録のお話】

最小公倍数を頭の中で求める方法

この方法は、それぞれの倍数を書きならべて、最小の共通な倍数を見つける方法を元にしてしています。ただ、頭の中に2つ以上の数の倍数を同時に思いうかべることはできないので、工夫する必要があります。

最もよい方法は、大きい方の数の倍数を順番に考えて、その数が、小さい方の数の倍数になっているかどうかを調べるやり方です。必ず正式版を

例えば9と12の場合は、

「12は9の倍数ではない」

「24も9の倍数ではない」

「36は $9 \times 4 = 36$ だから、9の4倍の倍数」

と考えると、最小公倍数の36を見つけます。

Copyright© 科学的授業実践研究会

でもこの方法が一番速いというわけではありません。これまでに勉強したいろいろな方法や考え方の中から、それぞれの問題に最もふさわしいやり方を選んで使えるようになった時、どんな問題にも速く正確に答えられるようになるのです。

【問題 23】

(1)レンガは、ふ通、21cm、10cm、6cm の直方体をしています。このレンガを同じ方向に積み重ねて立方体にしようと思います。一番小さい立方体の1辺の長さは何 cm になるのでしょうか。

〈考えたことや式を書くところ〉

これはサンプル版です

ご利用に当たっては

必ず正式版を

答え： _____

(2) (1)の立方体を作るには、レンガはいくつ必要ですか。

〈考えたことや式を書くところ〉

ダウンロードして
ご使用下さい

答え： _____

(3) レンガを1個126円で買って科学的授業を見せました。大量にレンガを買うということで、1個100円にしてもらいました。(1)の立方体を作るにはいくらかかるのでしょうか。

また、あなたなら(1)の立方体を作りますか。

〈考えたことや式を書くところ〉

費用： _____

あなたならこの立方体を

(作る あきらめる)

【問題 24】

これは難問です：「鹿おどし^{なんもん}」という水の道具^{しし}があります。上を向いた竹のつつに水がたまると、その重みで下向きに回転し、水がこぼれると軽くなって元にもどります。その時の勢いで、反対側のつつが、地面の石に当たり音をたてます。

この鹿おどしを2つ作って、6分ごとに音がちょうど重なるように設計^{せつけい}したいと思います。一つを30秒ごとに音をたてるように設計すると、もう一つは何秒ごとに音をたてるように設計するとよいでしょうか。

ただし、6分（360秒）ごとに動く設計はしません。

〈考えたことを書くところ〉



京都詩仙堂の鹿おどし

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

答え： _____

【問題 24】 の答え

問題を解くには、これまでに習ったことを使えば、いろいろな方法が考えられますが、ここでは、素因数分解を使って解いてみましょう。

わかっている数字は 30 秒ですから、

$$=$$
$$\underline{30 = 2 \times 3 \times 5}$$

=

とまず書きましょう。次に最小公倍数の 360 を素因数分解して書きますが、360 は 30 の倍数なので、必ず $2 \times 3 \times 5$ をふくみます。ですから、30 の $2 \times 3 \times 5$ を下ろしてきて、それを初めに書いてから、残りの素因数を書きます。

$$=$$
$$\underline{30 = 2 \times 3 \times 5}$$
$$360 = 2 \times 3 \times 5 \times (2 \times 2 \times 3)$$

すると、答えとして求めたいもう一つの数が、 $(2 \times 2 \times 3)$ という素因数をふくんでいることがわかります。

$$=$$
$$\times (2 \times 2 \times 3)$$

$$\underline{30 = 2 \times 3 \times 5}$$
$$360 = 2 \times 3 \times 5 \times (2 \times 2 \times 3)$$

ところで、この時、気をつけなくてはならないことは、 $(2 \times 2 \times 3)$ の中のどの素因数も、30 の素因数である 2 と 3 の上にならべてはいけないということです。もしならべてしまうと、360 の素因数でなくなってしまいます。ですから、30 の素因数である 2 と 3 の上にも、必ず 2 と 3 の素因数がなくてはならないことになります。

$$= 2 \times 3 \quad \times (2 \times 2 \times 3)$$

$$\underline{30 = 2 \times 3 \times 5}$$

$$360 = 2 \times 3 \times 5 \times (2 \times 2 \times 3)$$

ところで、30の素因数である5の上にも5が入るかどうかですが、もしも5を入れてしまうと、求めようとしているもう一つの数が360になってしまい、これは6分のことですから、答えから省くこととなります。ですから、求める数に素数の5はふくめません。

完成させると、これはサンプル版です
ご利用に当たっては

必ず正式版を

$$72 = 2 \times 3 \quad \times (2 \times 2 \times 3)$$

$$\underline{30 = 2 \times 3 \times 5} \quad \text{ダウンロードして}$$

$$360 = 2 \times 3 \times 5 \times (2 \times 2 \times 3) \quad \text{ご使用下さい}$$

となり、求める答えは72秒となります。

www.kajitsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

All Rights Reserved.

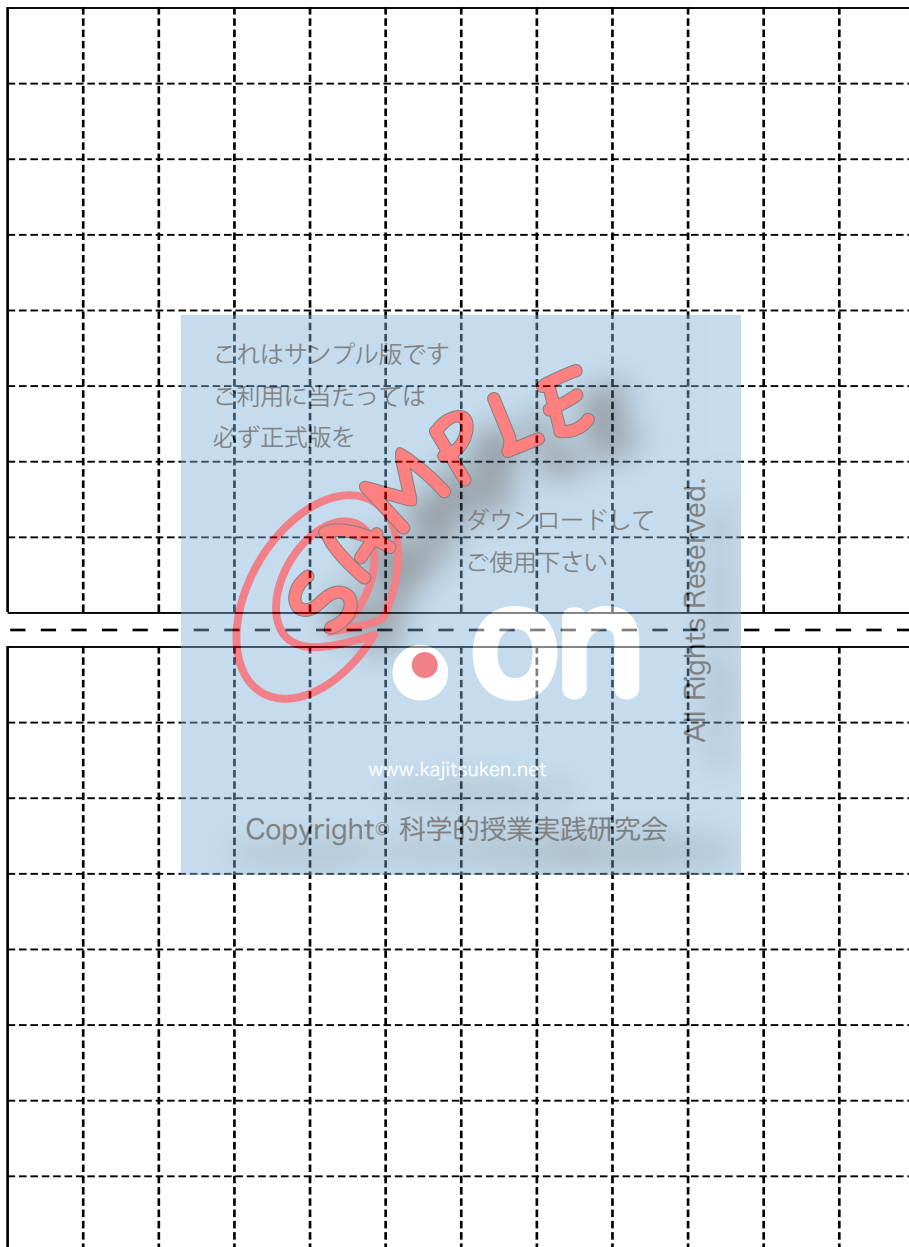
7 ページ【作業 1】で使います。

エラトステネスのふるい

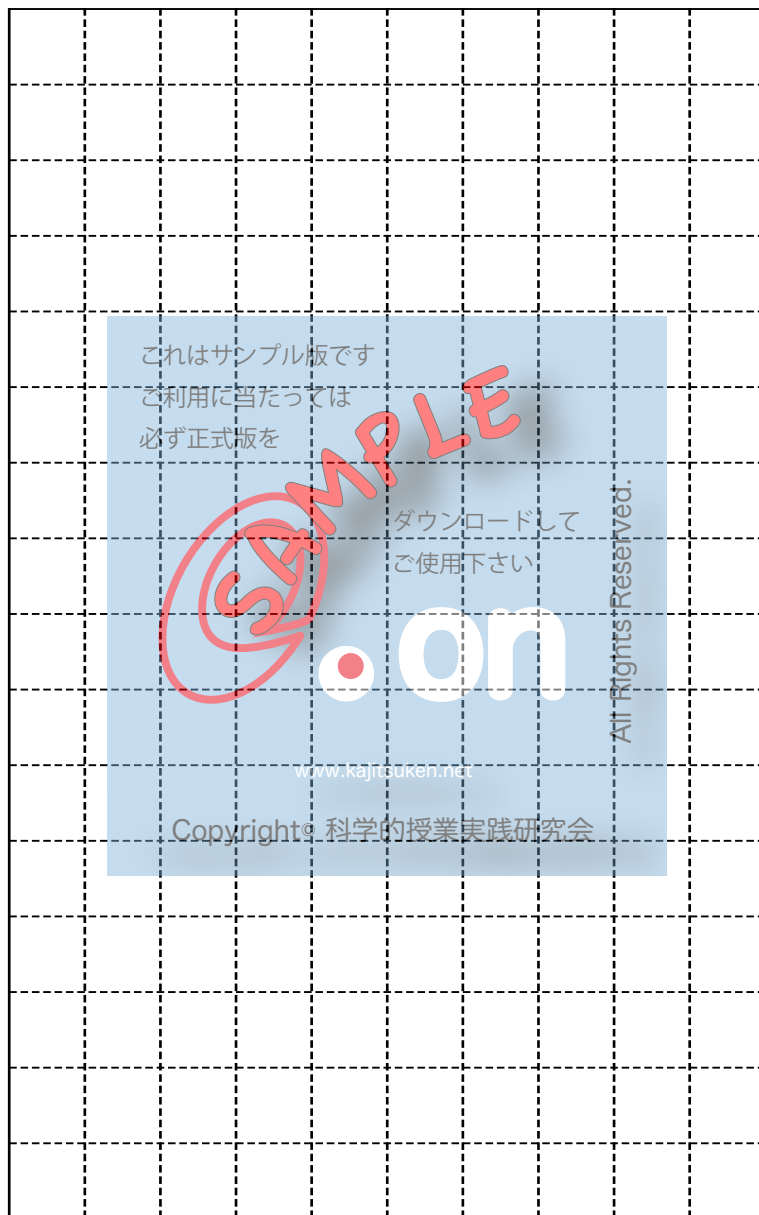
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78
79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96
97	98	99	100		

15 ページ【問題 5】で使います。余分にもう一枚印刷しておきます。

注意：えん筆で区切りの線を引いてから切り分けましょう。



21 ページで使います。実際に切り取る図形です。



48 ページ【問題 15】で使います。たて 4cm、横 6cmのタイルが 8 まい分あります。

これはサンプル版です
ご利用は当たっては
必ず正式版を

ダウンロードして
ご使用下さい

on

www.kaittsuken.net

Copyright© 科学的授業実践研究会

© All Rights Reserved.

【問題 2】

$$17 \div 2 = 8 \text{ あまり } 1$$

$$17 \div 3 = 5 \text{ あまり } 2$$

$$17 \div 5 = 3 \text{ あまり } 2$$

$$17 \div 7 = 2 \text{ あまり } 3$$

答え：17 は（素数）です。

【問題 3】

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47,
53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

答え：100 までの素数の数（25）個

【問題 4】

$$42 = 6 \times 7 = 2 \times 3 \times 7$$

42 の素因数は（ 2 と 3 と 7 ）です。

$$55 = 5 \times 11$$

55 の素因数は（ 5 と 11 ）です。

$$72 = 8 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

72 の素因数は（ 2 が 3 つと 3 が 2 つ ）です。

$$64 = 8 \times 8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

64 の素因数は（ 2 が 6 つ ）です。

$$91 = 7 \times 13$$

91 の素因数は（ 7 と 13 ）です。

【問題 6】

12 の約数：1, 2, 3, 4, 6, 12

20 の約数：1, 2, 4, 5, 10, 20

公約数は、1 と 2 と 4

答え：1 辺の長さが（ 1, 2, 4 ）cm

の正方形に分けることができる。

【問題 7】

① 6 と 12

6 の約数 : 1, 2, 3, 6

12 の約数 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

6 と 12 の公約数 : 1, 2, 3, 6

6 と 12 の最大公約数 : 6

② 8 と 20

8 の約数 : 1, 2, 4, 8

20 の約数 : 1, 2, 4, 5, 10, 20

8 と 20 の公約数 : 1, 2, 4

8 と 20 の最大公約数 : 4

③ 9 と 12

9 の約数 : 1, 3, 9

12 の約数 : 1, 2, 3, 4, 6, 12

9 と 12 の公約数 : 1, 3

9 と 12 の最大公約数 : 3

【問題 8】

① 15 と 9

$$15 - 9 = 6$$

$$9 - 6 = 3$$

$$6 - 3 = 3$$

答え : 最大公約数は 3

② 20 と 12

$$20 - 12 = 8$$

$$12 - 8 = 4$$

$$8 - 4 = 4$$

答え : 最大公約数は 4

③ 25 と 15

$$25 - 15 = 10$$

$$15 - 10 = 5$$

$$10 - 5 = 5$$

答え：最大公約数は 5

【問題 9】

① 8 と 12

$$12 \div 8 = 1 \text{ あまり } 4$$

$$8 \div 4 = 2$$

答え：最大公約数は 4

② 10 と 16

$$16 \div 10 = 1 \text{ あまり } 6$$

$$10 \div 6 = 1 \text{ あまり } 4$$

$$6 \div 4 = 1 \text{ あまり } 2$$

$$4 \div 2 = 2$$

答え：最大公約数は 2

③ 10 と 24

$$24 \div 10 = 2 \text{ あまり } 4$$

$$10 \div 4 = 2 \text{ あまり } 2$$

$$4 \div 2 = 2$$

答え：最大公約数は 2

④ 12 と 30

$$30 \div 12 = 2 \text{ あまり } 6$$

$$12 \div 6 = 2$$

答え：最大公約数は 6

【問題 10】

① 8 と 12

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 4 \overline{) 8} \overline{) 12} \\ \underline{8} \quad \underline{8} \\ 0 \quad 4 \end{array}$$

答え：最大公約数は 4

② 10 と 16

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\
 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 10 \quad 16} \\
 \underline{4 \quad 4 \quad 6 \quad 10} \\
 0 \quad 2 \quad 4 \quad 6
 \end{array}$$

答え：最大公約数は 2

③ 10 と 24

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 2 \quad 2 \\
 2 \overline{) 4 \quad 10 \quad 24} \\
 \underline{4 \quad 8 \quad 20} \\
 0 \quad 2 \quad 4
 \end{array}$$

答え：最大公約数は 2

④ 12 と 20

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 1 \quad 1 \\
 4 \overline{) 8 \quad 12 \quad 20} \\
 \underline{8 \quad 8 \quad 12} \\
 0 \quad 4 \quad 8
 \end{array}$$

ダウンロードして

ご使用下さい

答え：最大公約数は 4

【問題 11】

① 24 と 36

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \quad \text{www.kajitsuken.net}$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad \text{Copyright © 科学的授業実践研究会}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

答え：最大公約数は 12

② 45 と 63

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

$$9 = 3 \times 3$$

答え：最大公約数は 9

③ 48 と 60 と 72

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\underline{72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3}$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

答え：最大公約数は 12

④ 28 と 60 と 84

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\underline{84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7}$$

$$4 = 2 \times 2$$

答え：最大公約数は 4

【問題 12】

① 25 と 100

(100) は (25) でわり切れるので、最大公約数は (25) です。

② 18 と 36

(36) は (18) でわり切れるので、最大公約数は (18) です。

③ 14 と 42 と 70

(70) と (42) は (14) でわり切れるので、

最大公約数は (14) です。

【問題 13】

① 12 と 35

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$\underline{35 = 5 \times 7}$$

$$1 = 1$$

答え：最大公約数は 1

② 27 と 28 と 30

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$1 = 1$$

答え：最大公約数は 1

【問題 14】

5年生も2年生も同じ数でわり切れれば、それぞれ同じ人数のグループがその数だけできるのだから、公約数を求めればよいし、できるだけ多くのグループを作りたいのだから、最大公約数を求めればよい。そこで、

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$4 = 2 \times 2$$

最大公約数 4 はグループの数だから、それぞれのグループの人数は、

$$5 \text{ 年生} : 32 \text{ 人} \div 4 \text{ グループ} = 8 \text{ 人} / \text{グループ}$$

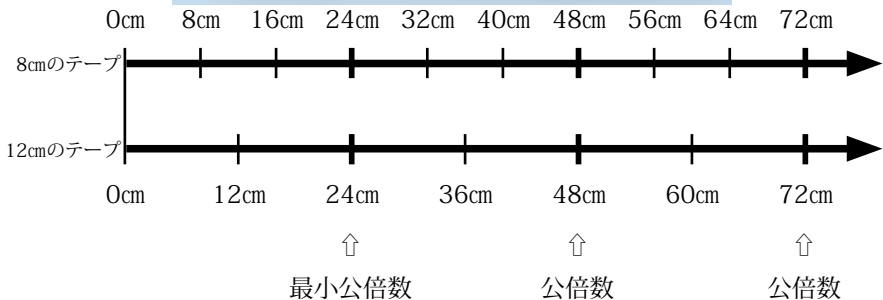
$$2 \text{ 年生} : 36 \text{ 人} \div 4 \text{ グループ} = 9 \text{ 人} / \text{グループ}$$

結論：作りたいグループができる。4つのグループで5年生8人、2年生9人ずつになる。

www.kajitsuken.net

【問題 16】

Copyright© 科学的授業実践研究会



答え：初めて両方が同じ長さになるのは 24cmの時

【問題 17】

① 9 と 15

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 1 \\ 3 \overline{) 6 \quad 9 \quad 15} \\ \underline{6 \quad 6 \quad 9} \\ 0 \quad 3 \quad 6 \end{array}$$

$$9 \times 15 \div 3 = 9 \times (15 \div 3) = 9 \times 5 = 45$$

答え： 45

② 10 と 18

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \quad 1 \\ 2 \overline{) 8 \quad 10 \quad 18} \\ \underline{8 \quad 8 \quad 10} \\ 0 \quad 2 \quad 8 \end{array}$$

$$10 \times 18 \div 2 = 10 \times (18 \div 2) = 10 \times 9 = 90$$

ダウンロードして
ご使用下さい
答え： 90

【問題 18】

① 24 と 36

$$\begin{array}{l} 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \\ \hline 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

答え： 最小公倍数は 72

② 12 と 18

$$\begin{array}{l} 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 18 = 2 \times 3 \times 3 \\ \hline 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \end{array}$$

答え： 最小公倍数は 36

③ 14 と 30

$$\begin{array}{l} 14 = 2 \times 7 \\ 30 = 2 \times 3 \times 5 \\ \hline 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \end{array}$$

答え： 最小公倍数は 210

④ 30 と 40

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

答え：最小公倍数は 120

【問題 19】

① 18 と 24 と 30

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

答え：最小公倍数は 360

② 8 と 36 と 60

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

答え：最小公倍数は 360

【問題 20】

① 8 と 24

(24) は (8) の倍数なので、最小公倍数は (24) です。

② 9 と 72

(72) は (9) の倍数なので、最小公倍数は (72) です。

③ 6 と 9 と 54

(54) は (6) と (9) のそれぞれの倍数なので、

最小公倍数は (54) です。

【問題 21】

① 16 と 24 と 32

(32) は (16) の倍数なので、最小公倍数は (24) と (32) の 2 数で求まります。

② 6 と 12 と 30

(12) は (6) の倍数なので、最小公倍数は (12) と (30) の 2 数で求まります。

または、(30) は (6) の倍数なので、最小公倍数は (12) と (30) の 2 数で求まります。

【問題 22】

① 14 と 15

$$14 = 2 \times 7$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

ダウンロードして
ご使用下さい

答え：最小公倍数は 210

② 12 と 35

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$35 = 5 \times 7$$

$$420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

答え：最小公倍数は 420

③ 8 と 9 と 25

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$25 = 5 \times 5$$

$$1800 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

答え：最小公倍数は 1800

【問題 23】

(1) 21 と 10 と 6 の最小公倍数を求めればよいので、素因数分解の方法を使うと、

$$21 = 3 \times 7$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$\underline{6 = 2 \times 3}$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

答え： 210cm

(2) 210cm をそれぞれの長さでわれば、たて・よこ・高さをうめる箱の個数が求まるので、

$$210\text{cm} \div 21\text{cm}/\text{個} = 10 \text{ 個}$$

$$210\text{cm} \div 10\text{cm}/\text{個} = 21 \text{ 個}$$

$$210\text{cm} \div 6\text{cm}/\text{個} = 35 \text{ 個}$$

かけあわせて

$$10 \text{ 個} \times 21 \times 35 = 7350 \text{ 個}$$

答え： 7350 個

(3) 100 円 / 個 \times 7350 個 = 735000 円

Copyright© 科学的授業実践研究会

費用： 735000 円

あなたならこの立方体を

(作る あきらめる) ←自分の考えであればよいのでどちらでもよい

これはサンプル版です
ご利用に当たっては
必ず正式版を

SAMPLE

ダウンロードして
ご使用下さい

on

All Rights Reserved.

www.kajitsuken.net

参考・研究文献

Copyright© 科学的授業実践研究会

○「わかる さんすうの教え方 5」(遠山啓/銀林浩 編 むぎ書房刊)

○「わかる さんすう 5」(遠山啓監修 むぎ書房刊)

○「分数の旅」(榊忠男監修 鈴木一己著 太郎次郎社)

○「算数大好きにする意味の授業 26章」

(笠井一郎・西尾恒敬・畑野和子著 あゆみ出版)

○「いきいき算数 6年の授業」(秋田敏文著 ひまわり社)